

Wellen

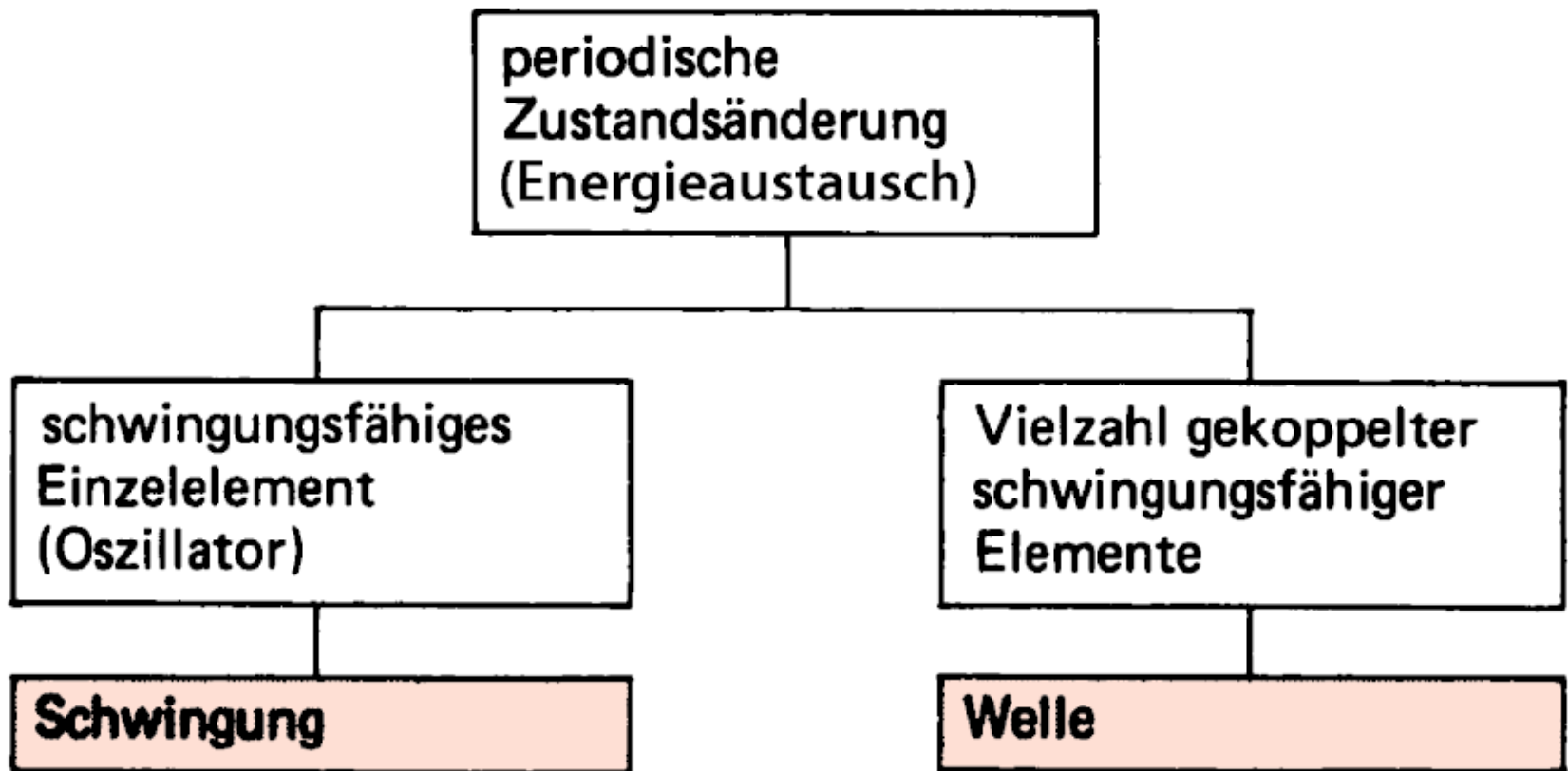


Abb. 5.1 Zusammenhang zwischen Schwingung und Welle

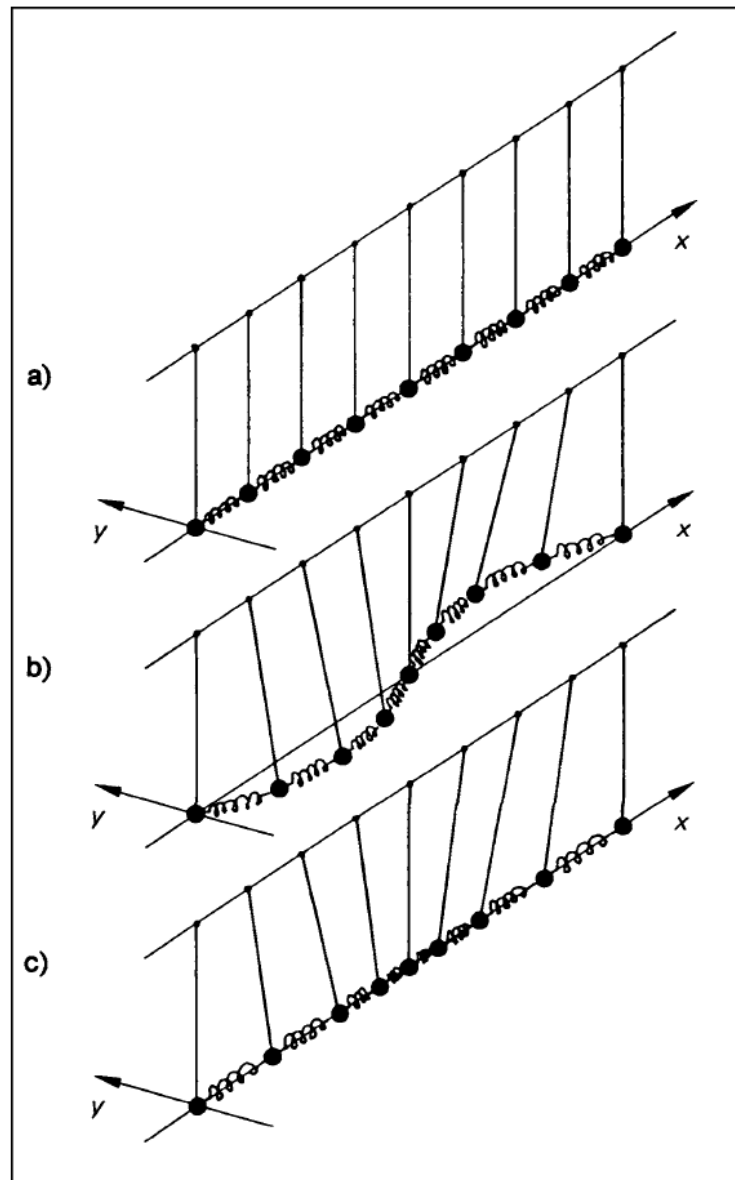


Abb. 5.46 Fortschreitende Welle zwischen gekoppelten Pendeln: a) Pendel mit Kopplungsfedern, b) Zustand einer Transversalwelle, c) Zustand einer Longitudinalwelle

Bei einer Wellenbewegung wird keine Materie transportiert, dafür aber Energie.

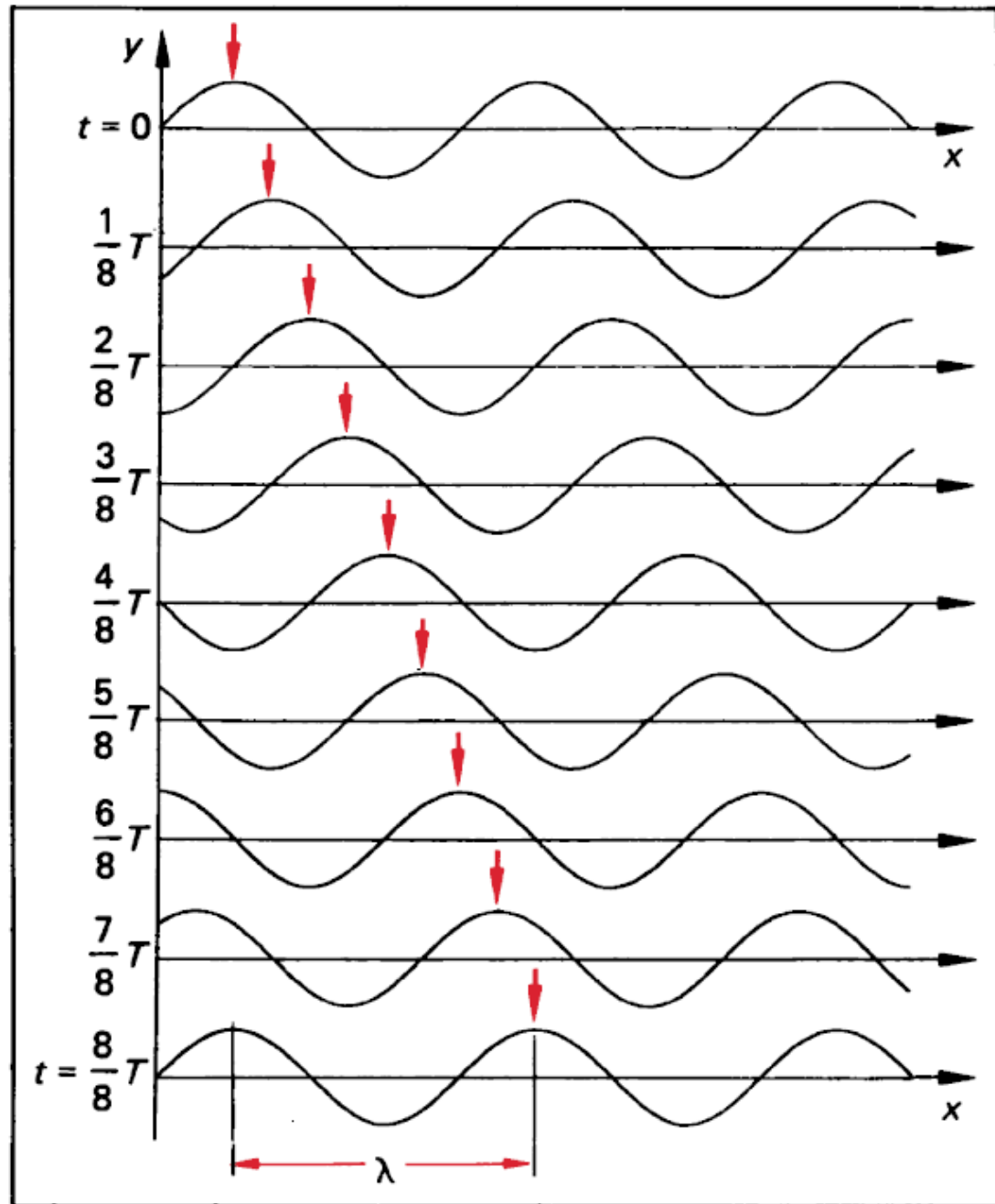


Abb. 5.47 Zustände einer laufenden Transversalwelle

Abstand
zweier gleichartiger Zustände im Wellenbild
wird *Wellenlänge* λ genannt

für die *Fortpflanzungsge-
schwindigkeit* c der Welle:

$$c = \frac{\lambda}{T} . \quad (5.170)$$

Mit der Frequenz $f = 1/T$ der Oszillatoren er-
hält man

$$c = \lambda f . \quad (5.171)$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit c einer
Welle ist das Produkt aus Wellenlänge λ
und Frequenz f .

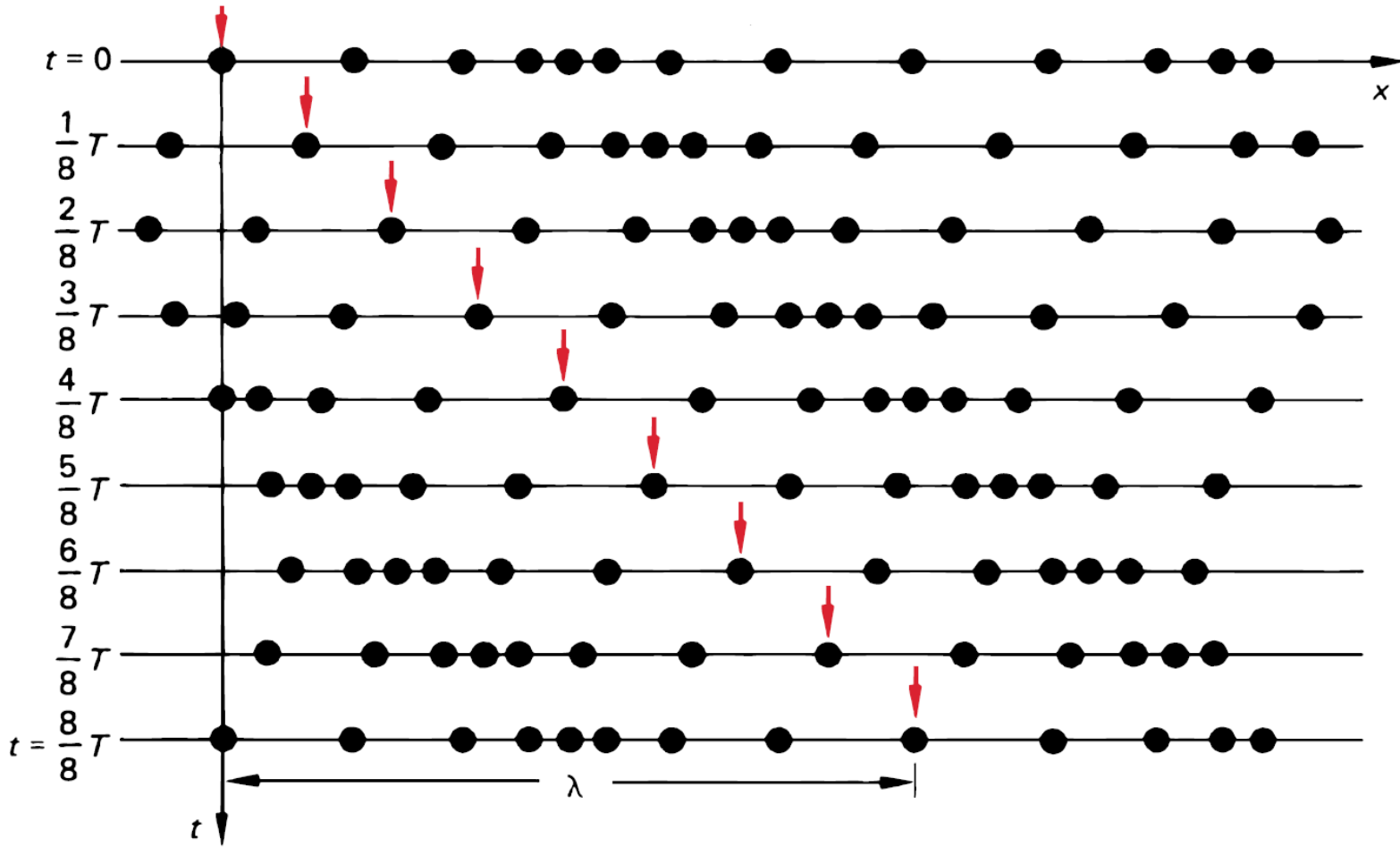


Abb. 5.48 Zustände einer Longitudinalwelle. Der Pfeil markiert jeweils den Ort größter Verdünnung

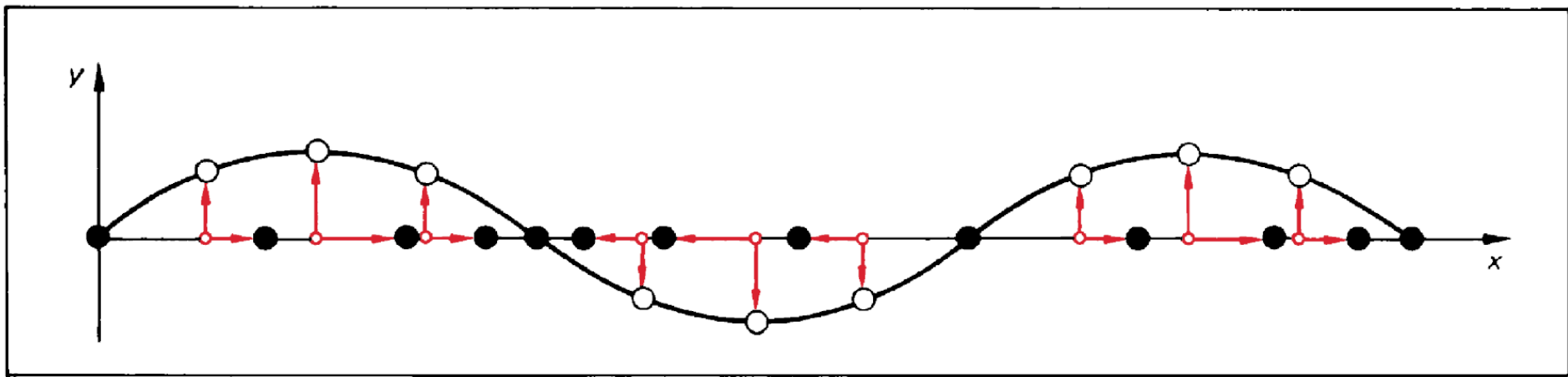


Abb. 5.49 Longitudinalwelle, dargestellt als Transversalwelle

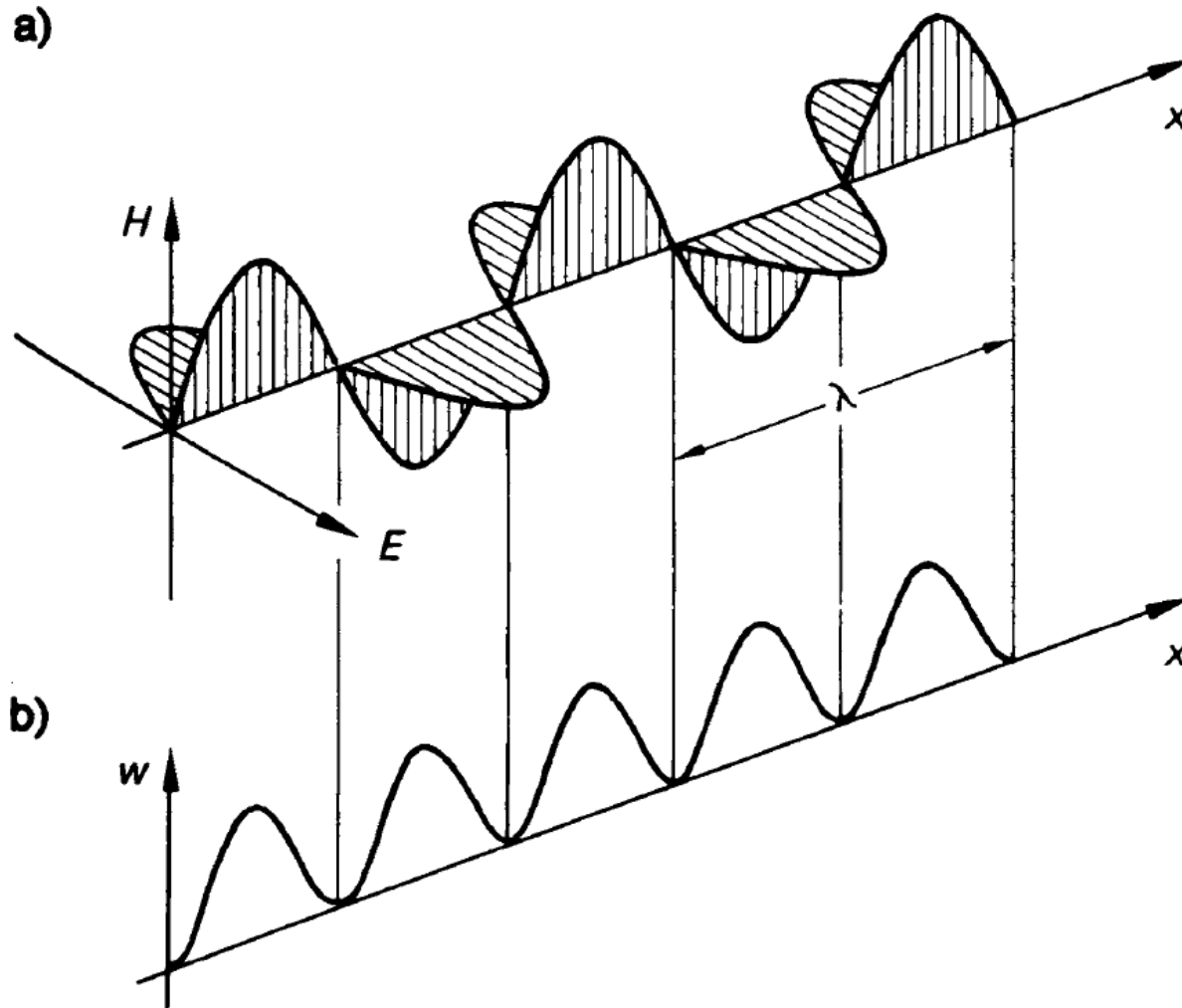


Abb. 5.50 Momentaufnahme einer elektromagnetischen Welle: a) Feldverteilung, b) Energiedichte

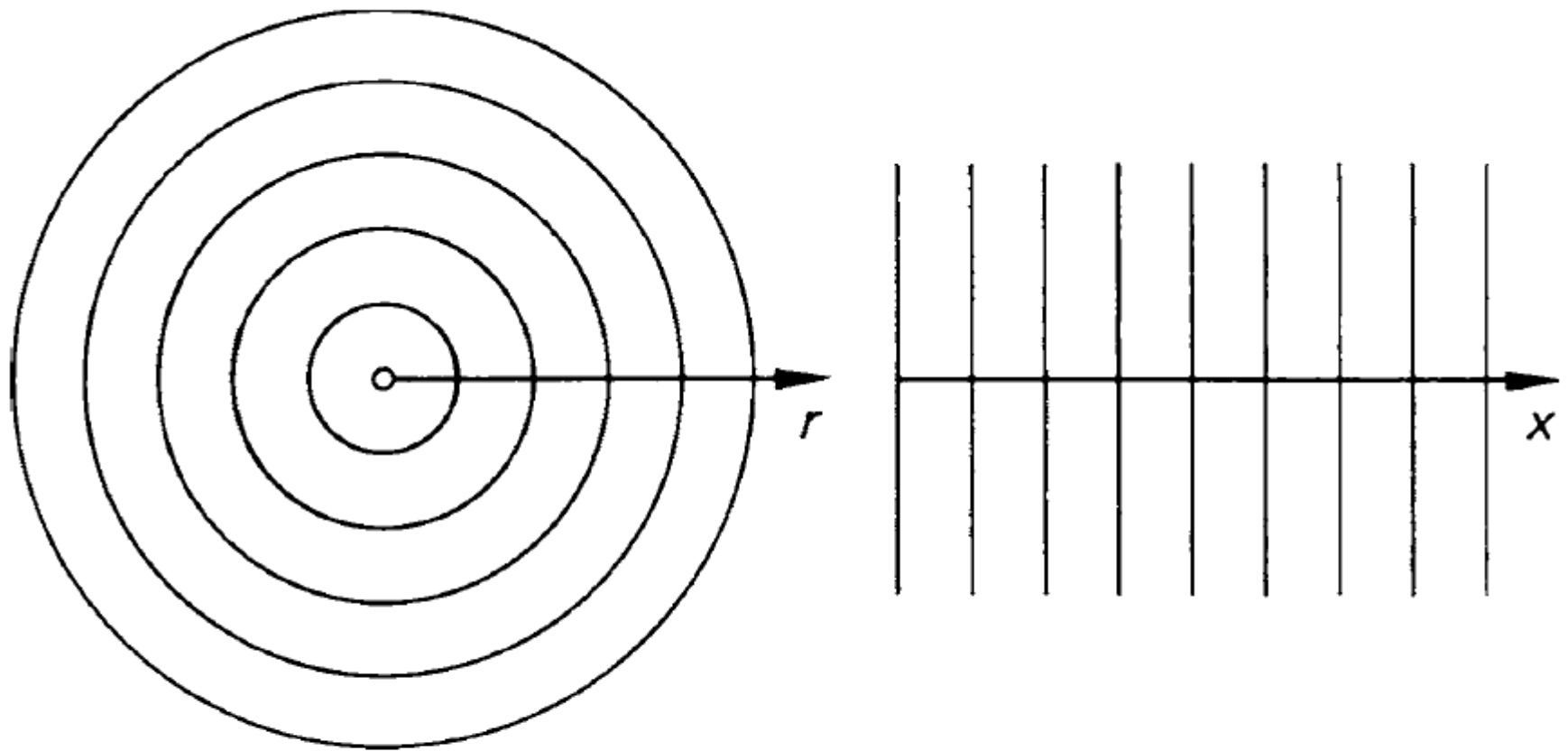


Abb. 5.51 Wellenflächen einer Kugelwelle und einer ebenen Welle

Doppler-Effekt

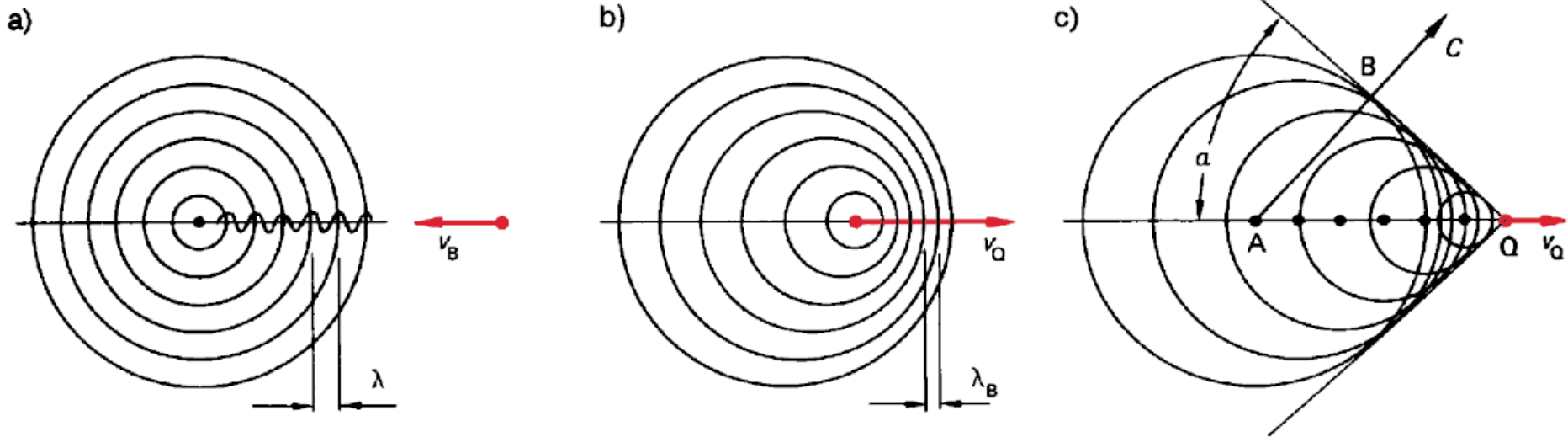


Abb. 5.53 Wellenfelder zum Doppler-Effekt: a) ruhende Quelle, bewegter Beobachter, b) bewegte Quelle, ruhender Beobachter und c) Mach'scher Kegel beim Überschallflug

Quelle	Beobachter	beobachtete Frequenz
--------	------------	----------------------

•	← •	$f_B = f_Q \left(1 + \frac{v_B}{c} \right)$ (5.205)
---	-----	------------------------------------------------------

•	• →	$f_B = f_Q \left(1 - \frac{v_B}{c} \right)$ (5.206)
---	-----	------------------------------------------------------

• →	•	$f_B = \frac{f_Q}{1 - \frac{v_Q}{c}}$ (5.207)
-----	---	-----------------------------------------------

← •	•	$f_B = \frac{f_Q}{1 + \frac{v_Q}{c}}$ (5.208)
-----	---	-----------------------------------------------

• →	← •	$f_B = f_Q \frac{c + v_B}{c - v_Q}$ (5.209)
-----	-----	---------------------------------------------

← •	• →	$f_B = f_Q \frac{c - v_B}{c + v_Q}$ (5.210)
-----	-----	---------------------------------------------

← •	← •	$f_B = f_Q \frac{c + v_B}{c + v_Q}$ (5.211)
-----	-----	---------------------------------------------

• →	• →	$f_B = f_Q \frac{c - v_B}{c - v_Q}$ (5.212)
-----	-----	---------------------------------------------

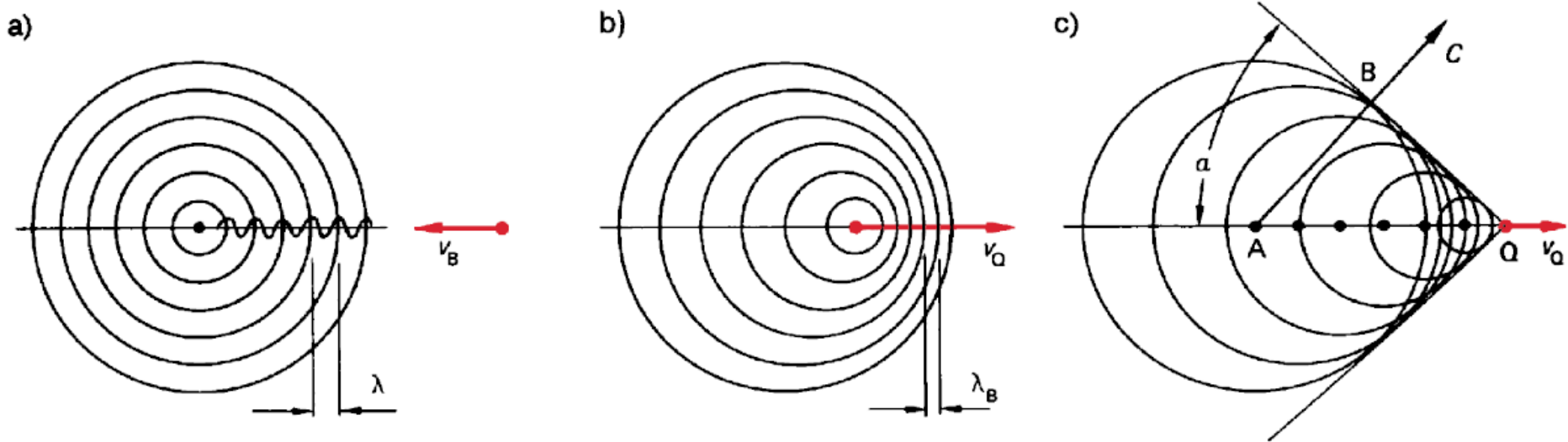
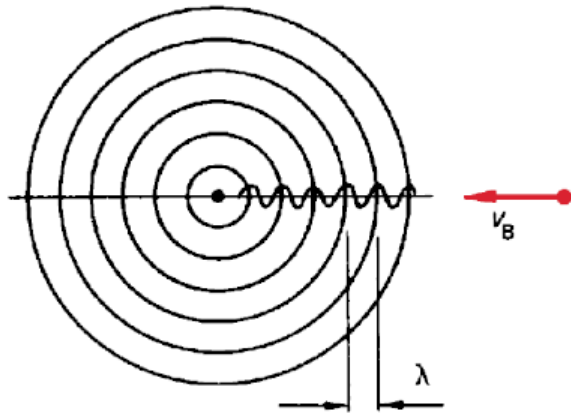


Abb. 5.53 Wellenfelder zum Doppler-Effekt: a) ruhende Quelle, bewegter Beobachter, b) bewegte Quelle, ruhender Beobachter und c) Mach'scher Kegel beim Überschallflug

$$\sin \alpha = \frac{c}{v_Q} = \frac{1}{\text{Ma}} . \quad (5.214)$$



Die bisher angegebenen Formeln sind nicht anwendbar beim Doppler-Effekt des Lichts. Wie *Michelson* und *Morley* 1887 zeigten, bedarf es keines Übertragungsmediums (Äther) für die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen. Für die Doppler-Verschiebung ist nicht die Geschwindigkeit relativ zu einem ruhenden Koordinatensystem, sondern nur die Relativgeschwindigkeit v von Quelle und Beobachter zueinander maßgebend. Es ergibt sich bei Annäherung (Abschn. 10.5.2)

$$f_B = f_Q \sqrt{\frac{c + v}{c - v}} . \quad (5.213)$$

Entfernen sich Quelle und Beobachter voneinander, werden bei dem Bruch in (5.213) Zähler und Nenner vertauscht.

Interferenz

5.2.4.1 Überlagerung von Wellen gleicher Frequenz

Die erste Welle

sei gegeben durch

$$y_1 = \hat{y} \cos(\omega t - kx) .$$

Die zweite Welle weise gegenüber der ersten die Phasenverschiebung φ bzw. den *Gangunterschied* $\Delta = \frac{\varphi}{2\pi}\lambda$ auf:

$$\begin{aligned} y_2 &= \hat{y} \cos(\omega t - kx + \varphi) \\ &= \hat{y} \cos\left(\omega t - kx + 2\pi\frac{\Delta}{\lambda}\right) . \end{aligned}$$

Die resultierende Welle, die durch Addition der beiden Teilwellen entsteht, ist wieder eine ebene Welle mit der gleichen Frequenz und Wellenlänge, aber anderer Amplitude und Phasenlage:

$$y = 2 \hat{y} \cos \frac{\varphi}{2} \cos \left(\omega t - kx + \frac{\varphi}{2} \right)$$

oder

$$y = 2 \hat{y} \cos \left(\pi \frac{\Delta}{\lambda} \right) \cos \left(\omega t - kx + \pi \frac{\Delta}{\lambda} \right).$$

(5.215)

- a) Gangunterschied $\Delta = 0$; Phasenverschiebung $\varphi = 0$. Die Amplitude der resultierenden Welle ist doppelt so groß wie die der Ausgangswellen. Die Nulldurchgänge liegen am selben Ort wie bei den Ausgangswellen.
- b) Gangunterschied $\Delta = \lambda/2$; Phasenverschiebung $\varphi = \pi$. Die beiden Ausgangswellen schwingen an jedem Ort gegenphasig und löschen sich überall aus.
- c) Gangunterschied $\Delta = \lambda/4$; Phasenverschiebung $\varphi = \pi/2$. Die Amplitude der resultierenden Welle ist $\sqrt{2}$ -mal größer als die der Ausgangswellen. Die Nulldurchgänge liegen zwischen denen der Wellen y_1 und y_2 .

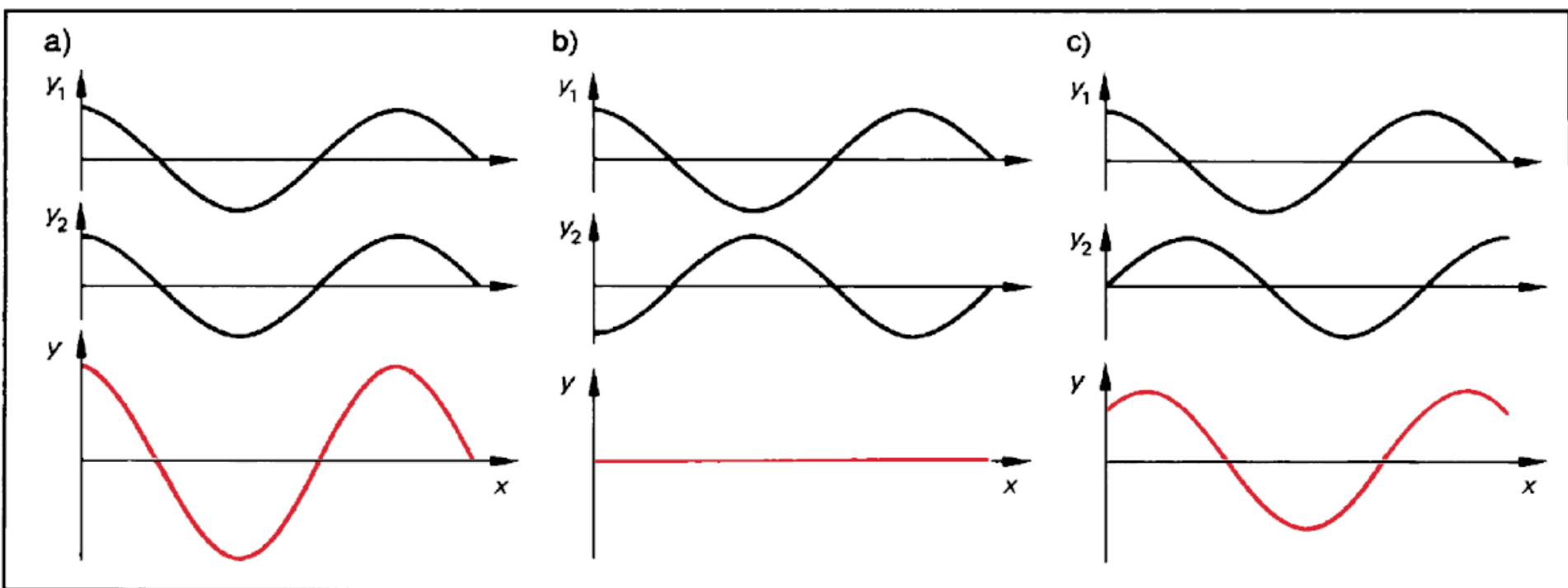


Abb. 5.54 Überlagerung ebener Wellen mit Zuständen für $t = 0$

Tabelle 5.11 Interferenzbedingungen für konstruktive und destruktive Interferenz, Ordnungszahl $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Bedingung für	konstruktive Interferenz	destruktive Interferenz
Gangunterschied	$\Delta = m \lambda$	$\Delta = (2 m + 1) \frac{\lambda}{2}$
Phasenverschiebung	$\varphi = m 2\pi$	$\varphi = (2 m + 1)\pi$

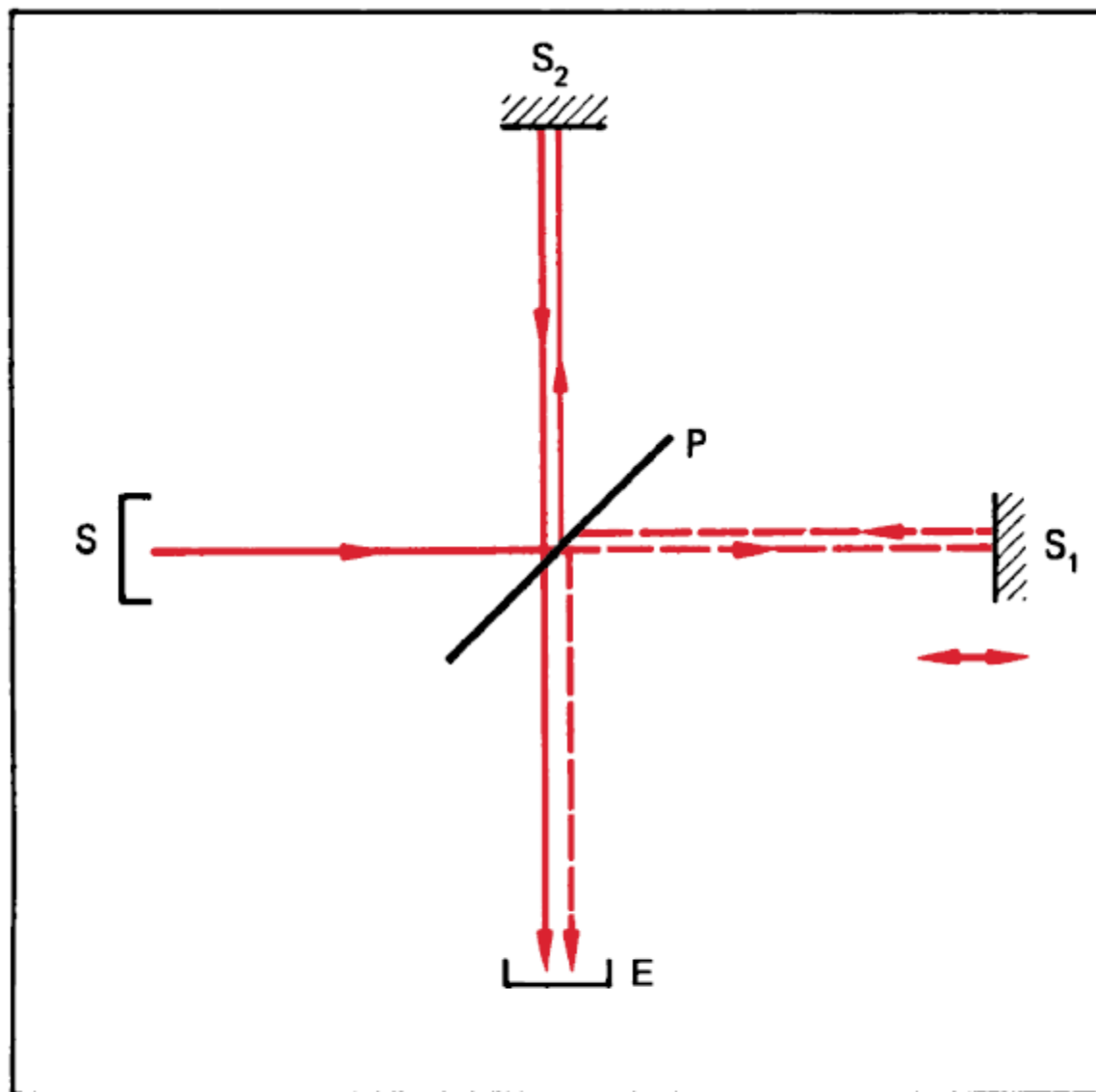


Abb. 5.55 Michelson-Interferometer, schematisch. S, Sender; P, halbdurchlässige Platte; S₁ und S₂, Spiegel; E, Empfänger

5.2.4.2 Stehende Wellen

Bringt man zwei ebene Wellen gleicher Amplitude und Frequenz, aber entgegengesetzter Laufrichtung zur Interferenz, so entsteht eine *stehende Welle*. Praktisch geschieht dies z. B. bei der Reflexion einer Welle an einer Wand. Mathematisch werden die beiden entgegengesetzt laufenden Wellen beschrieben durch

$$y_1 = \hat{y} \cos(\omega t - kx)$$

und

$$y_2 = \hat{y} \cos(\omega t + kx + \varphi) .$$

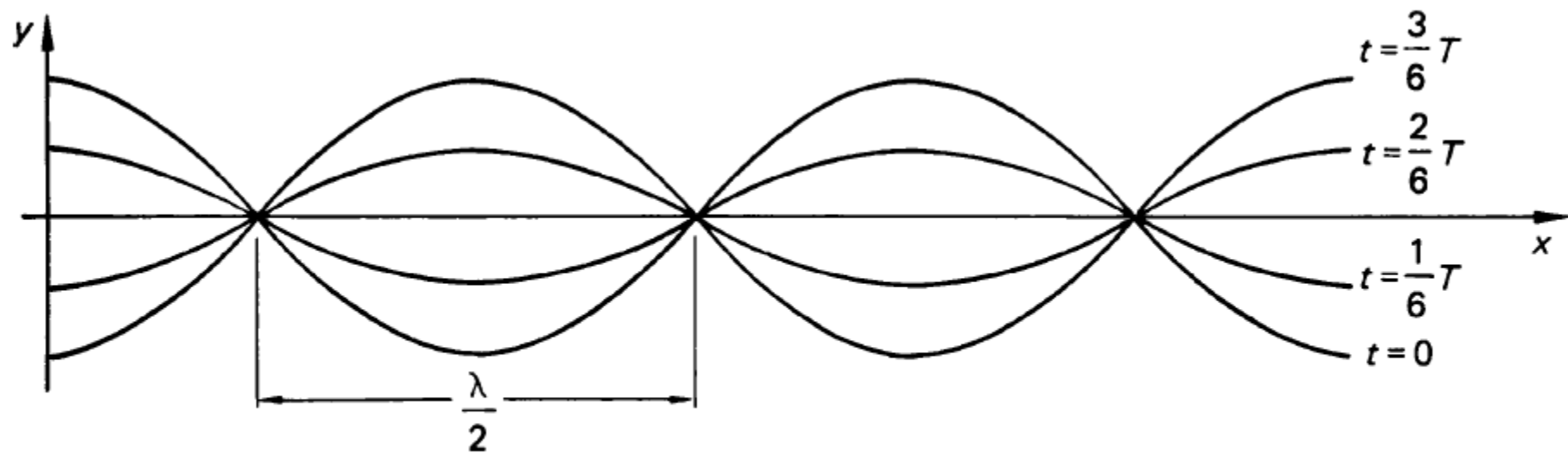


Abb. 5.56 Zustände einer stehenden Welle