Bonus Frage 27.11

6. Arbeit
   - Verrichtete Arbeit durch konstante Kraft
   - Benötigte Arbeit um ein Elektron zu bewegen
   - Nichtlineare Feder
   - Bauaufzug
   - Beschleunigung eines Autos
   - Während des Bremsens verrichtete Arbeit
   - Potentielle Energie der Gravitation
   - Arbeit gegen eine Reibungskraft(1)
   - Arbeit gegen eine Reibungskraft(2)

konservative Kraft → Potentielle energie

$$E_{pot}(x,y,z) = -W$$

	Kraft	Potentielle energie
Schwerkraft	$\vec{F} = -mg\ \hat{y}$	$E_{pot}(x,y,z) = mgy$
Feder	$\vec{F} = -kx\ \hat{x}$	$E_{pot}(x,y,z) = \frac{kx^2}{2}$
Gravitation	$\vec{F} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\ \hat{r}$	$E_{pot}(x,y,z) = -\frac{Gm_1m_2}{r}$
Coulomb	$\vec{F} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\ \hat{r}$	$E_{pot}(x,y,z) = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

Energieerhaltungssatz

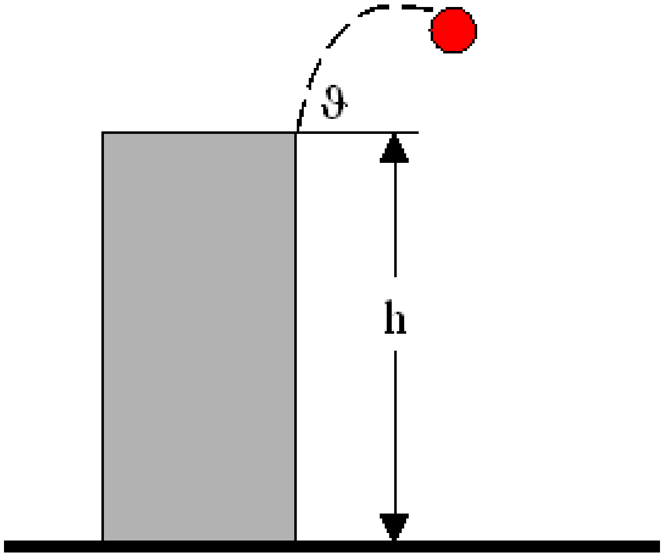
$$\Delta E = 0$$

$$E_{kin,nachher} - E_{kin,vorher} + W = 0$$

konservative Kräfte:

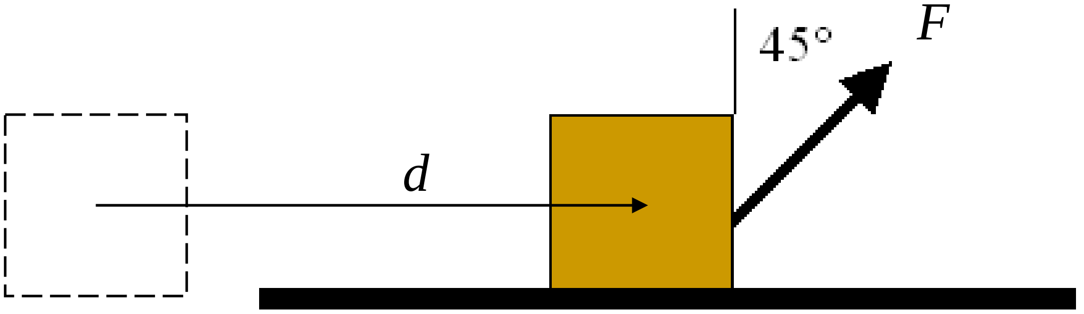
$$E_{pot,nachher} - E_{pot,vorher} + E_{kin,nachher} - E_{kin,vorher} = 0$$

Energieerhaltungssatz



$$|\vec{v}(y=0)|\,?$$

Energieerhaltungssatz



$$E_{therm}\,?$$

Leistung

Watt = Joule/sec

$$P = \frac{dW}{dt} \quad [\mathrm{W}]$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = F_x v_x + F_y v_y + F_z v_z \quad [\mathrm{W}]$$

Konstante Leistung

Der Motor eines Autos kann eine maximale Leistung $P = 69$ kW liefern. Das Auto wiegt 1000 kg. Dieses Auto wird zur Zeit $t = 0$ [s] gestartet und beschleunigt mit maximaler Leistung. Wie schnell bewegt sich das Auto zur Zeit $t = 5$ [s]? Vernachlässigen Sie Reibungskräfte.

$v =$ [m/s] Lösung

Konstante Leistung

Der Motor eines Autos kann eine maximale Leistung $P = 69$ kW liefern. Das Auto wiegt 1000 kg. Dieses Auto wird zur Zeit $t = 0$ [s] gestartet und beschleunigt mit maximaler Leistung. Wie schnell bewegt sich das Auto zur Zeit $t = 5$ [s]? Vernachlässigen Sie Reibungskräfte.

$v =$ ________ [m/s] Lösung

Die kinetische Energie, $\frac{mv^2}{2}$, welche der Motor erreichen kann, ist die Leistung multipliziert mit der Zeit, $E = Pt$.

$$v = \sqrt{\frac{2Pt}{m}} = 26.27 \text{ [m/s]} = 94.56 \text{ [km/h]}.$$

Potentielle energie → Kraft

$$\vec{F} = -\nabla E_{pot}(x, y, z)$$

Gradient: $$\nabla E_{pot} = \frac{\partial E_{pot}}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial E_{pot}}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial E_{pot}}{\partial z}\hat{z}$$

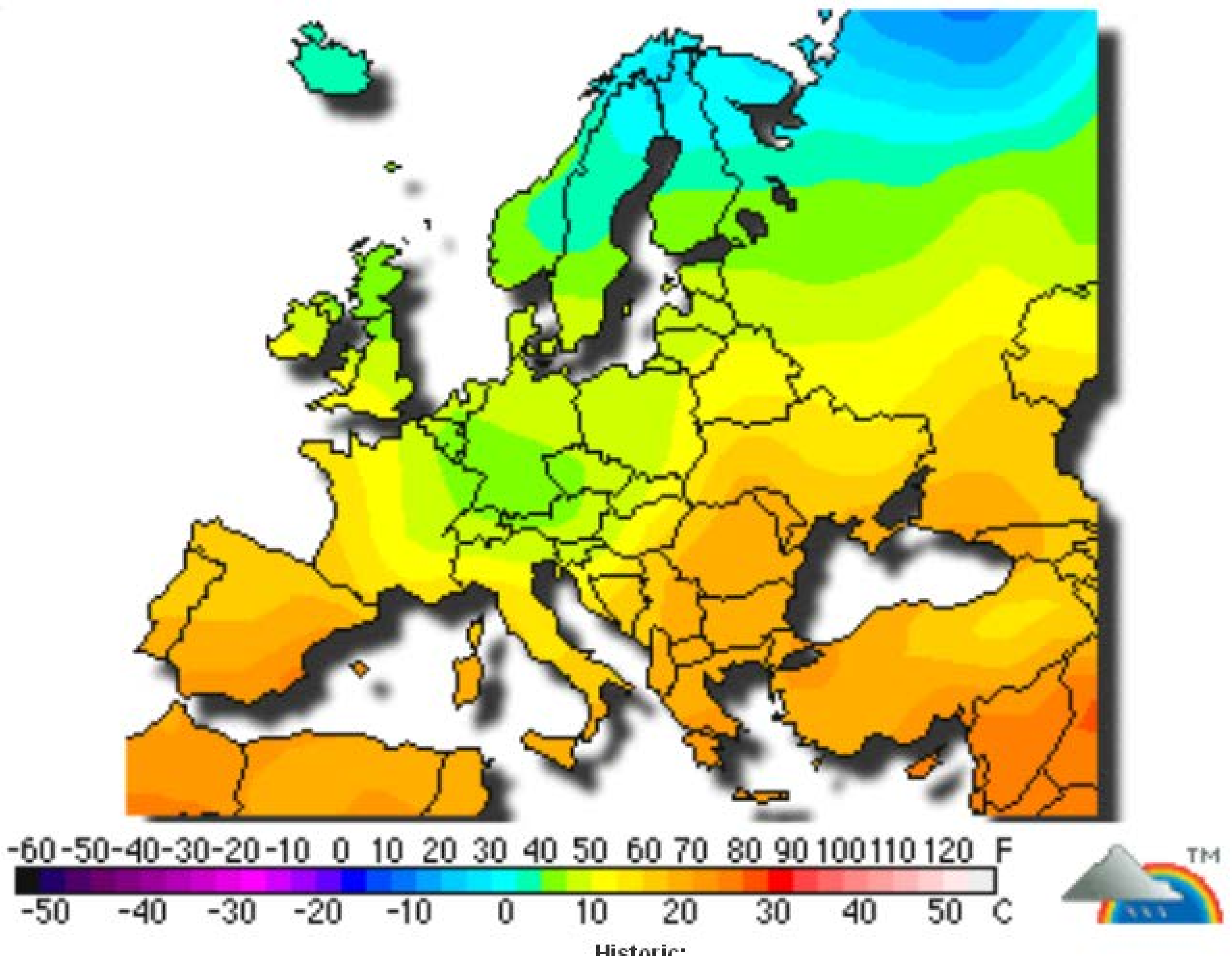
Partielle Ableitung

Potentielle energie → konservative Kraft

$$\vec{F} = -\nabla E_{pot}(x, y, z)$$

	Potentielle energie	Kraft
Schwerkraft	$E_{pot}(x, y, z) = mgy$	$\vec{F} = -mg\ \hat{y}$
Feder	$E_{pot}(x, y, z) = \frac{kx^2}{2}$	$\vec{F} = -kx\ \hat{x}$
Gravitation	$E_{pot}(x, y, z) = -\frac{Gm_1m_2}{r}$	$\vec{F} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\ \hat{r}$
Coulomb	$E_{pot}(x, y, z) = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$	$\vec{F} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\ \hat{r}$

Skalarfeld



Potentielle energie ist ein Skalarfeld

Gradient

Der Druck P ist in einem bestimmten Gebiet im Raum durch die folgende Funktion bestimmt:

$$P = 7x^3y^{-9}z^6$$

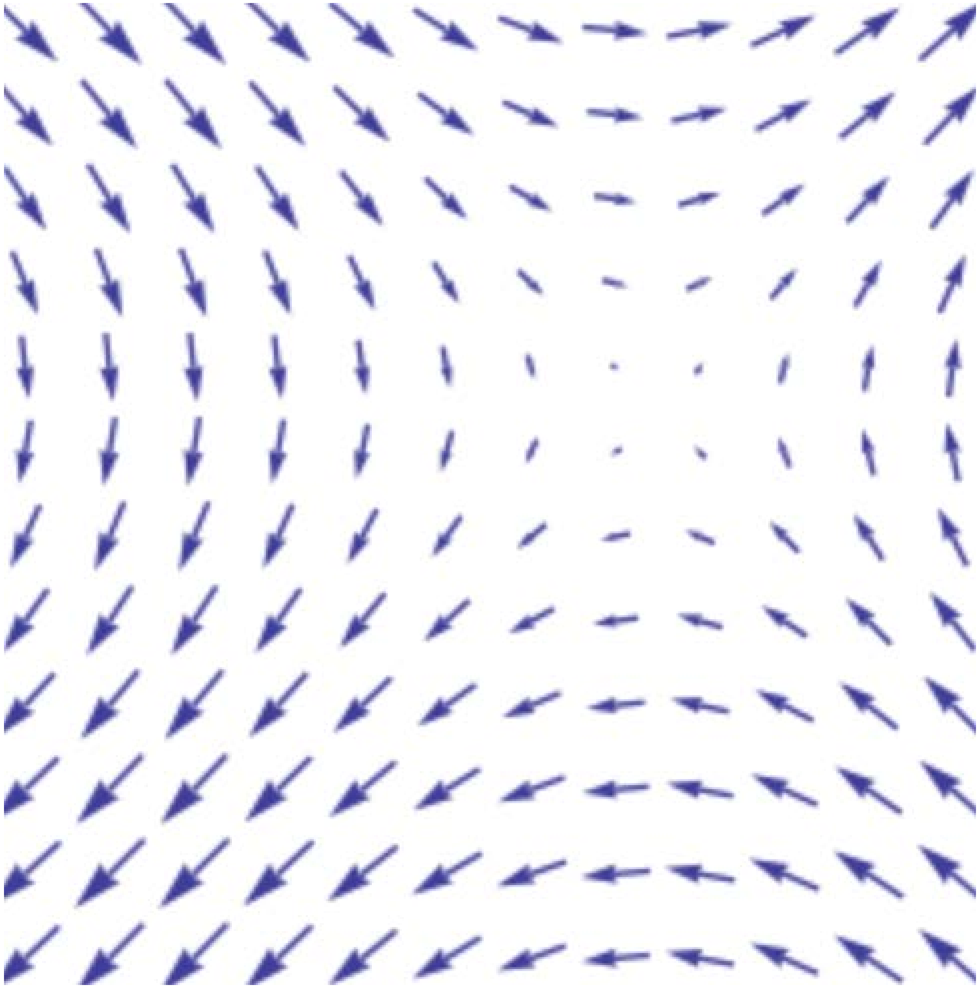
Berechnen Sie den Gradienten des Drucks!

$\nabla P =$ ______ $\hat{x}$ + ______ $\hat{y}$ + ______ $\hat{z}$ [K/m]

Lösung

$$\nabla P = (21x^2y^{-9}z^6)\hat{x} + (-63x^3y^{-10}z^6)\hat{y} + (42x^3y^{-9}z^5)\hat{z}.$$

Vektorfeld



Elektrisches Feld, Magnetfeld

Coulombsches Gesetz

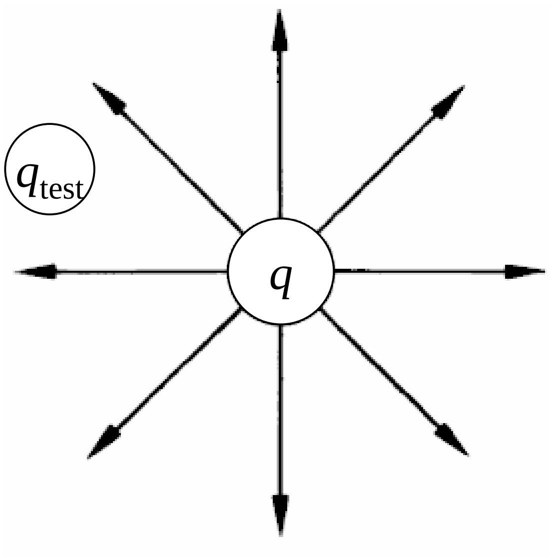
$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\ \hat{r}$$

$1/r^2$ gesetz

$$E_{pot}(x, y, z) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\vec{F} = -\nabla E_{pot}$$

Elektrisches Feld



$$\vec{F} = \frac{q_{test} q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

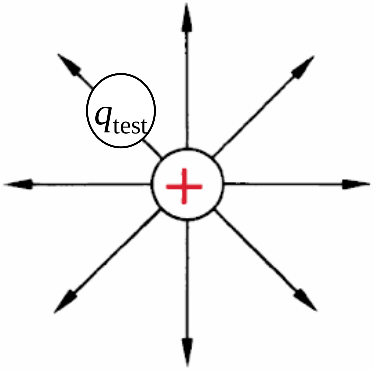
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

Vektorfeld

$$\vec{F} = q_{test}\vec{E}$$

Elektrostatische Potential

Elektrisches Feld $$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}}{q_{test}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$



Elektrostatische Potential $$\varphi(\vec{r}) = \frac{E_{pot}}{q_{test}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\vec{F} = -\nabla E_{pot} \qquad E_{pot} = -\int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

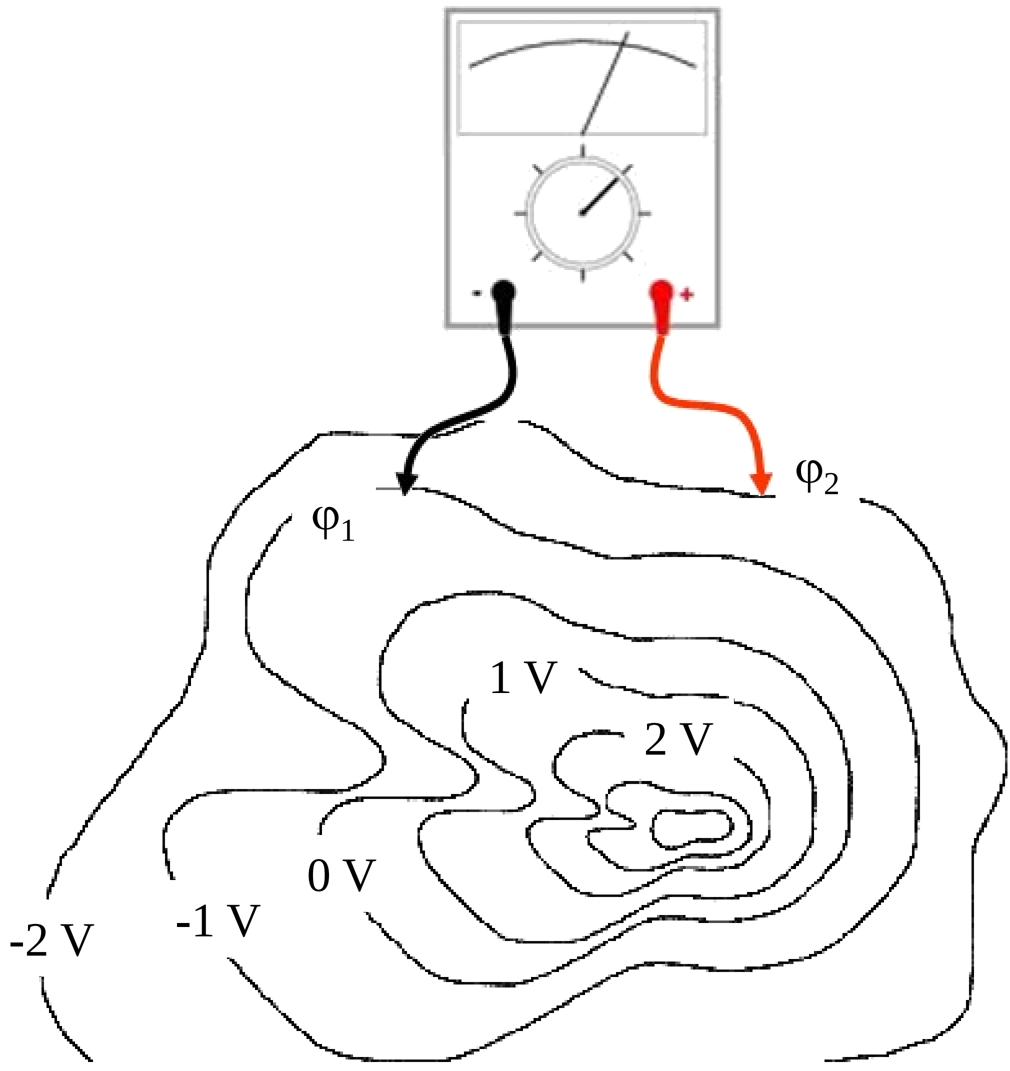
$$\vec{E} = -\nabla \varphi \qquad \varphi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Spannung

$$V = \varphi_2 - \varphi_1$$ Volts

Elektrostatische Potential [Volts]

$$\vec{E} = -\nabla \varphi$$



$$E(x,y,z) = -\left(\underbrace{\frac{\partial\varphi}{\partial x}\,i}_{E_x} + \underbrace{\frac{\partial\varphi}{\partial y}\,j}_{E_y} + \underbrace{\frac{\partial\varphi}{\partial z}\,k}_{E_z}\right) \tag{4.102}$$

Elektrostatische Potential φ

Gleichung (4.102) kann auch mit dem *Vektoroperator Gradient*

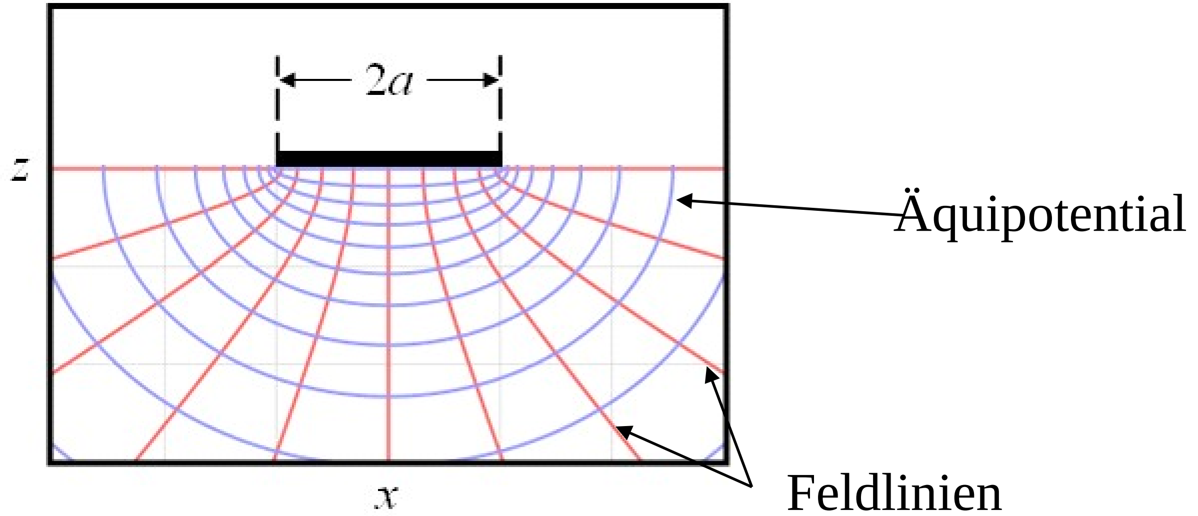
$$\mathbf{grad} = \frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k$$

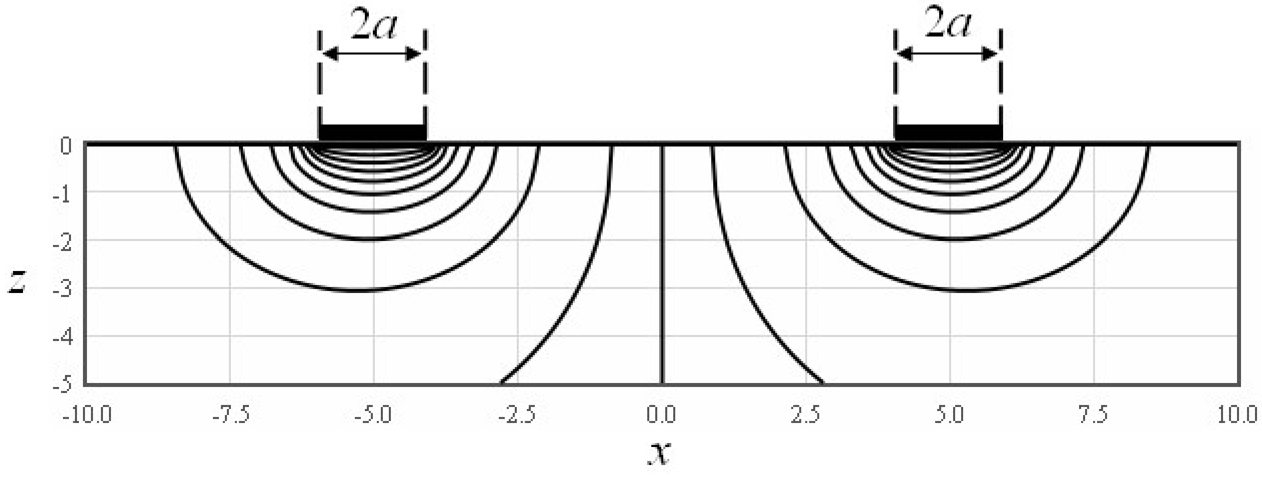
Hering

formuliert werden:

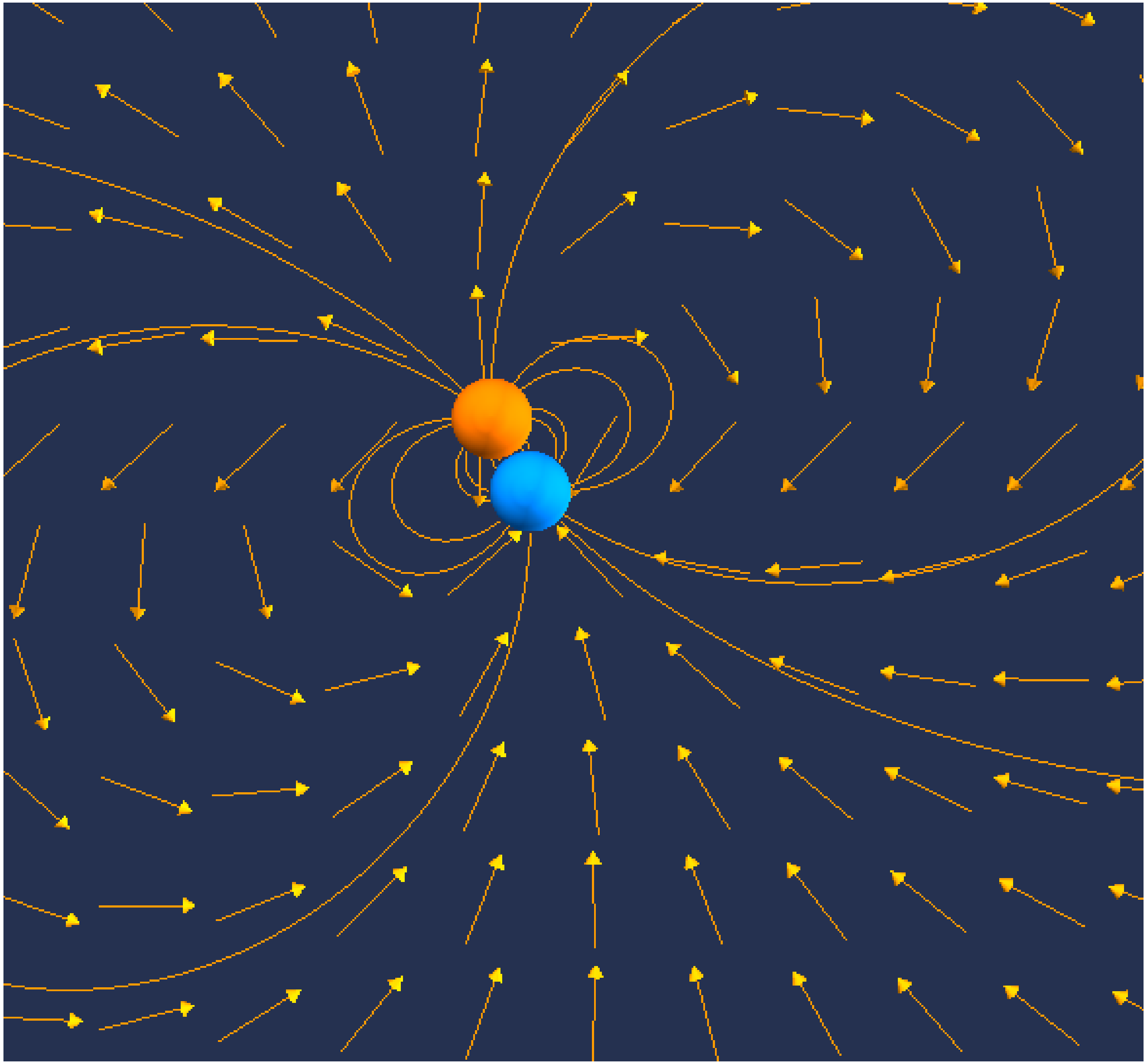
$$E = -\mathbf{grad}\,\varphi\,. \tag{4.103}$$

Äquipotentialfläche - Feldlinien



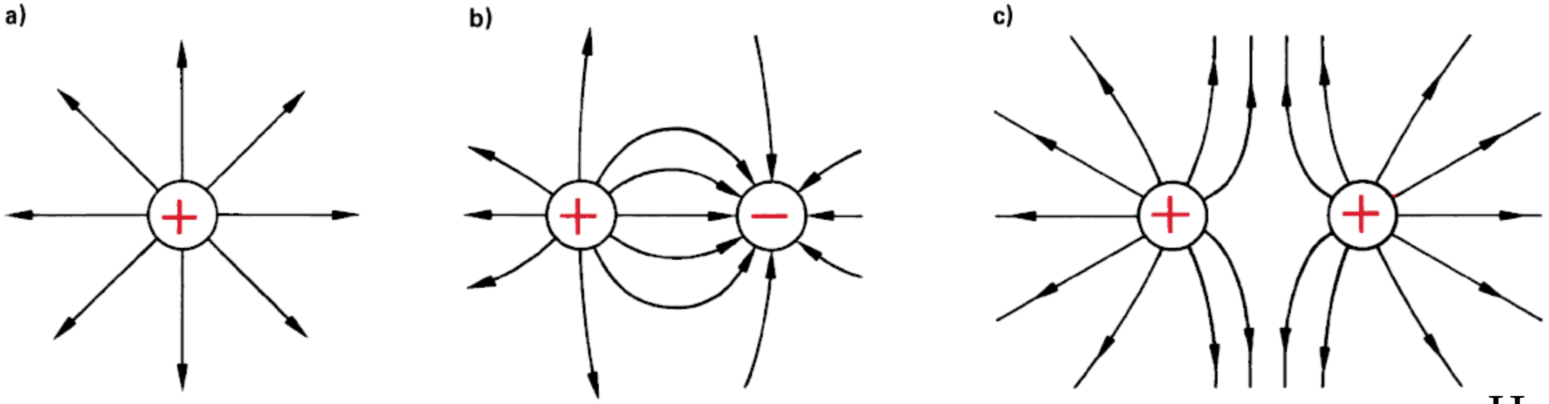


Äquipotentialfläche - Feldlinien



http://public.mitx.mit.edu/gwt-teal/PCharges.html

Elektrisches Feld



Hering

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\vec{E}\left(\vec{r}\right) = \sum_i \frac{q_i\left(\vec{r}-\vec{r}_i\right)}{4\pi\varepsilon_0\left|\vec{r}-\vec{r}_i\right|^3}$$