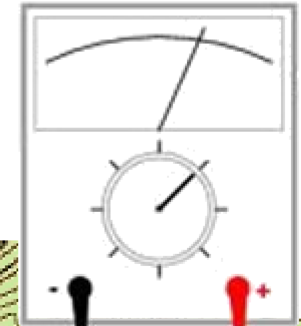
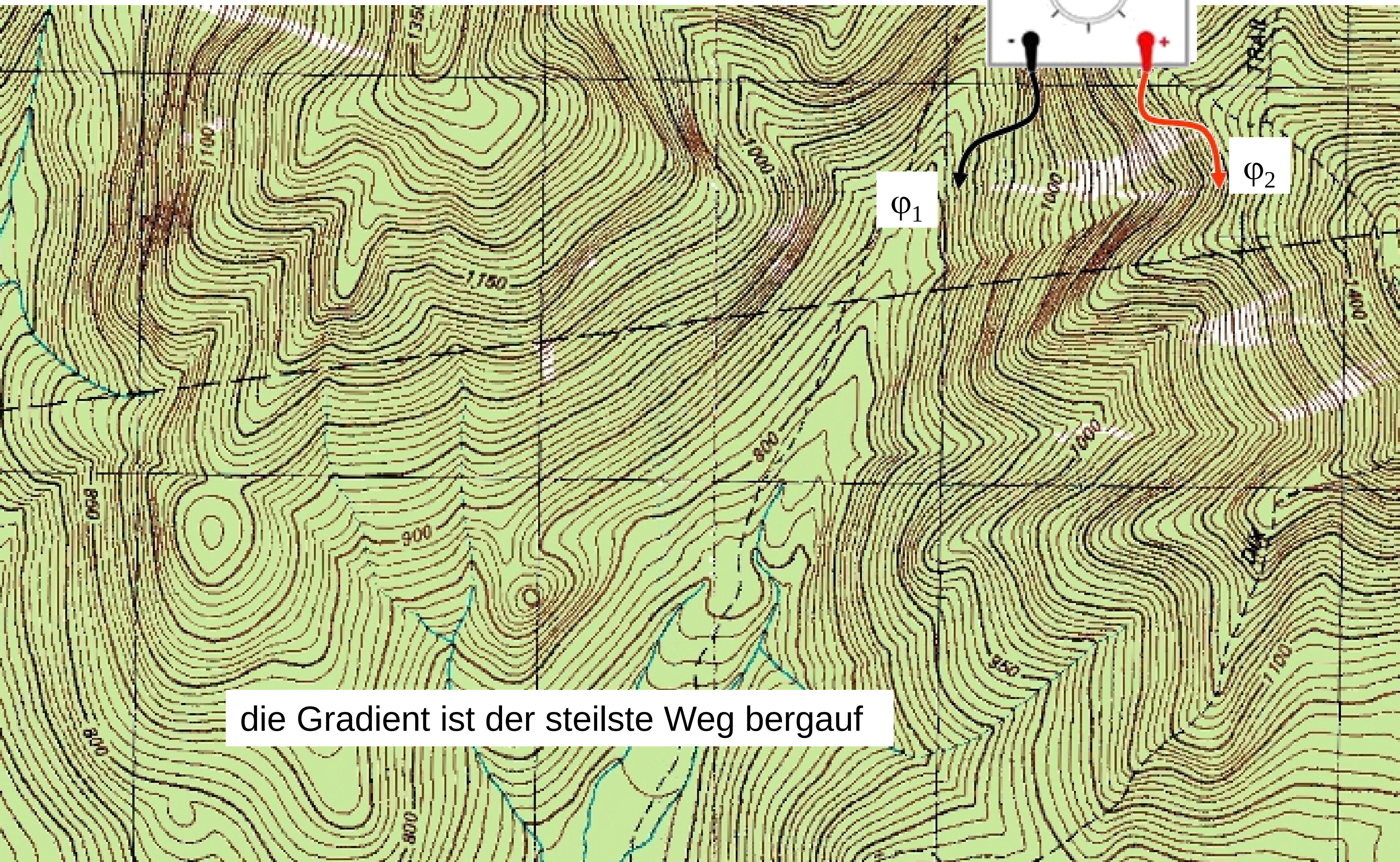
$$\vec{E} = -\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\hat{z}$$





Punktladungsverteilung

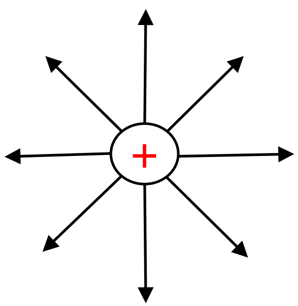
Kraft $$\vec{F}(\vec{r}) = q_{test} \sum_i \frac{q_i (\vec{r} - \vec{r}_i)}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$

Elektrisches Feld $$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i (\vec{r} - \vec{r}_i)}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$

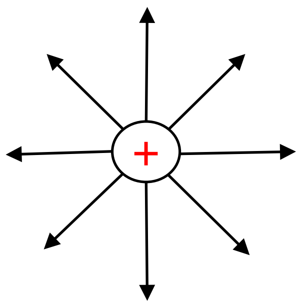
Elektrostatische Potential $$\varphi(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

Elektrisches Feld

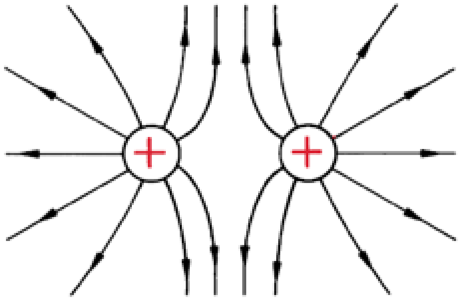
$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{4\pi\varepsilon_0 \left|\vec{r}-\vec{r}_i\right|^3}$$

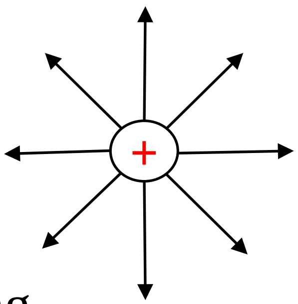


+

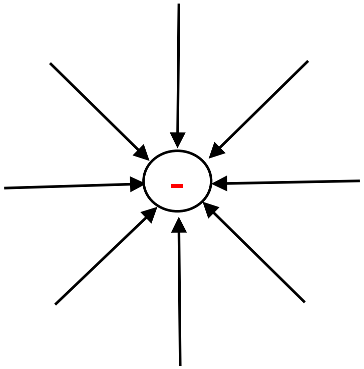


=

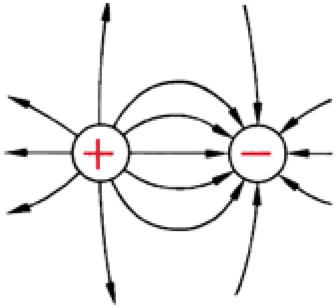




+



=



Hering

Lehrplan
Bücher
Testfragen
Vorlesungen
Apps

Elektrisches Feld einer Punktladungsverteilung

Das elektrostatische Potential φ einer Punktladungsverteilung ist

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0|\vec{r}-\vec{r}_i|} = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2}} \text{ [V].}$$

Dabei sind q_i die Ladungen und $\vec{r}_i = x_i\hat{x} + y_i\hat{y} + z_i\hat{z}$ die Positionen der Punktladungen. Die Beziehung zwischen elektrischem Feld und elektrostatischem Potential ist $\vec{E} = -\nabla\varphi = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\hat{x} - \frac{\partial\varphi}{\partial y}\hat{y} - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\hat{z}$.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{4\pi\epsilon_0|\vec{r}-\vec{r}_i|^3} \text{ [V/m].}$$

Das elektrische Feld lautet in x, y und z Koordinaten:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N}\left[\frac{q_i(x-x_i)}{4\pi\epsilon_0\left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}\hat{x} + \frac{q_i(y-y_i)}{4\pi\epsilon_0\left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}\hat{y} + \frac{q_i(z-z_i)}{4\pi\epsilon_0\left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}\hat{z}\right] \text{[V/m].}$$

Im folgenden Formular können Sie Ladungen und Positionen von bis zu 10 Punktladungen angeben. Für diese wird das elektrostatische Potential und das elektrische Feld am Ort $\vec{r}$ berechnet. Der Nullpunkt des Potentials sei sehr weit von allen Ladungen entfernt.

$\vec{r} =$ 1 $\hat{x} +$ 0 $\hat{y} +$ 0 $\hat{z}$ [m]

Berechne φ und E an der Position r

$\varphi(\vec{r}) =$ ____ [V]

$\vec{E}(\vec{r}) =$ ____ $\hat{x} +$ ____ $\hat{y} +$ ____ $\hat{z}$ [V/m]

Lehrplan
Bücher
Testfragen
Vorlesungen
Apps

Elektrisches Feld einer Ladungsverteilung auf einer gekrümmten Linie

Gegeben sei ein Draht der Länge L mit einer uniformen Ladungsdichte λ. Dieser Draht kann in verschiedene Formen gebogen werden. Das elektrostatische Potential φ, welches durch den Draht aufgebaut wird, kann bestimmt werden, indem der Draht in kurze Segmente geteilt wird und Beiträge aller Segmente aufsummiert werden. Die Segmente haben eine Länge Δs und eine Ladung $\Delta q = \lambda\Delta s$. Deren Beitrag zum elektrostatischen Potential an der Position $\vec{r}$ ist:

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta q}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}-\vec{r}_i|} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2}} \text{ [V]}.$$

Hier sind $\vec{r}_i = x_i\hat{x} + y_i\hat{y} + z_i\hat{z}$ die Positionen der Punktladungen entlang des Drahts. Die Beziehung zwischen elektrischem Feld und elektrostatischem Potential ist $\vec{E} = -\nabla\varphi = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\hat{x} - \frac{\partial\varphi}{\partial y}\hat{y} - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\hat{z}$.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}-\vec{r}_i|^3} \text{ [V/m]}$$

Das elektrische Feld lautet in x, y und z Koordinaten:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{q_i(x-x_i)}{4\pi\epsilon_0 \left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}\hat{x} + \frac{q_i(y-y_i)}{4\pi\epsilon_0 \left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}\hat{y} + \frac{q_i(z-z_i)}{4\pi\epsilon_0 \left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}\hat{z} \right] \text{ [V/m]}.$$

Die Lage und Form des Drahtes kann mit einer parametrischen Gleichung unter Verwendung eines Parameters s, der die Distanz entlang des Drahtes mißt, festgelegt werden. Beispielsweise wird ein gerader Draht von $\vec{r}_1$ nach $\vec{r}_2$ beschrieben durch:

$$\vec{r}_{wire} = (r_{1x} + s(r_{2x} - r_{1x}))\hat{x} + (r_{1y} + s(r_{2y} - r_{1y}))\hat{y} + (r_{1z} + s(r_{2z} - r_{1z}))\hat{z} \quad \text{mit } s = [0,1].$$

Für eine Drahtschleife des Radiuses R in der x-y Ebene an $z = 0$:

$$\vec{r}_{wire} = R\cos(2\pi s)\hat{x} + R\sin(2\pi s)\hat{y} + 0\hat{z} \quad \text{mit } s = [0,1].$$

Für eine Drahtwendel mit 10 Windungen

$$\vec{r}_{wire} = R\cos(2\pi s)\hat{x} + R\sin(2\pi s)\hat{y} + \frac{s}{n}\hat{z} \quad \text{mit } s = [0,10],$$

Elektrostatik

$$q_i$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}')}{4\pi\varepsilon_0 \left|\vec{r}-\vec{r}'\right|^3}$$

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 \left|\vec{r}-\vec{r}_i\right|}$$

$$\vec{E}$$

$$\varphi = -\int \vec{E}\cdot d\vec{r} + \varphi_0$$

$$\vec{E} = -\nabla\varphi$$

$$\varphi$$

Ladungsdichte

für viele elektrische Ladungen

$$\sum_i q_i \quad \Rightarrow \quad \rho(\vec{r})$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{4\pi\varepsilon_0 \left|\vec{r}-\vec{r}_i\right|^3}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint_{vol} \frac{\rho(\vec{r}\,')}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|^3} (\vec{r}-\vec{r}\,')\,dx'dy'dz'$$

Gaußsches Gesetz

$$\rho$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho(\vec{r}\,')}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|^3}(\vec{r}-\vec{r}\,')d^3r'$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E}$$

$$\varphi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} + \varphi_0$$

$$\vec{E} = -\nabla \varphi$$

$$\varphi$$

Gaußsches Gesetz

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Divergenz

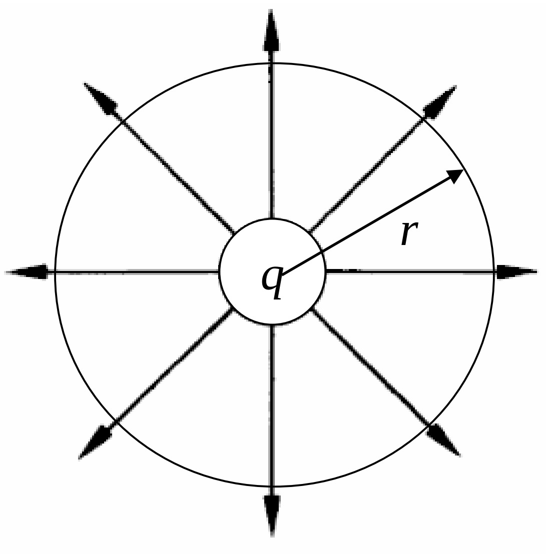
elektrische Feldkonstante

$$8.854187817 \times 10^{-12} \ \frac{\mathrm{A\ s^4}}{\mathrm{kg\ m^3}}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \mathrm{div}\, \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

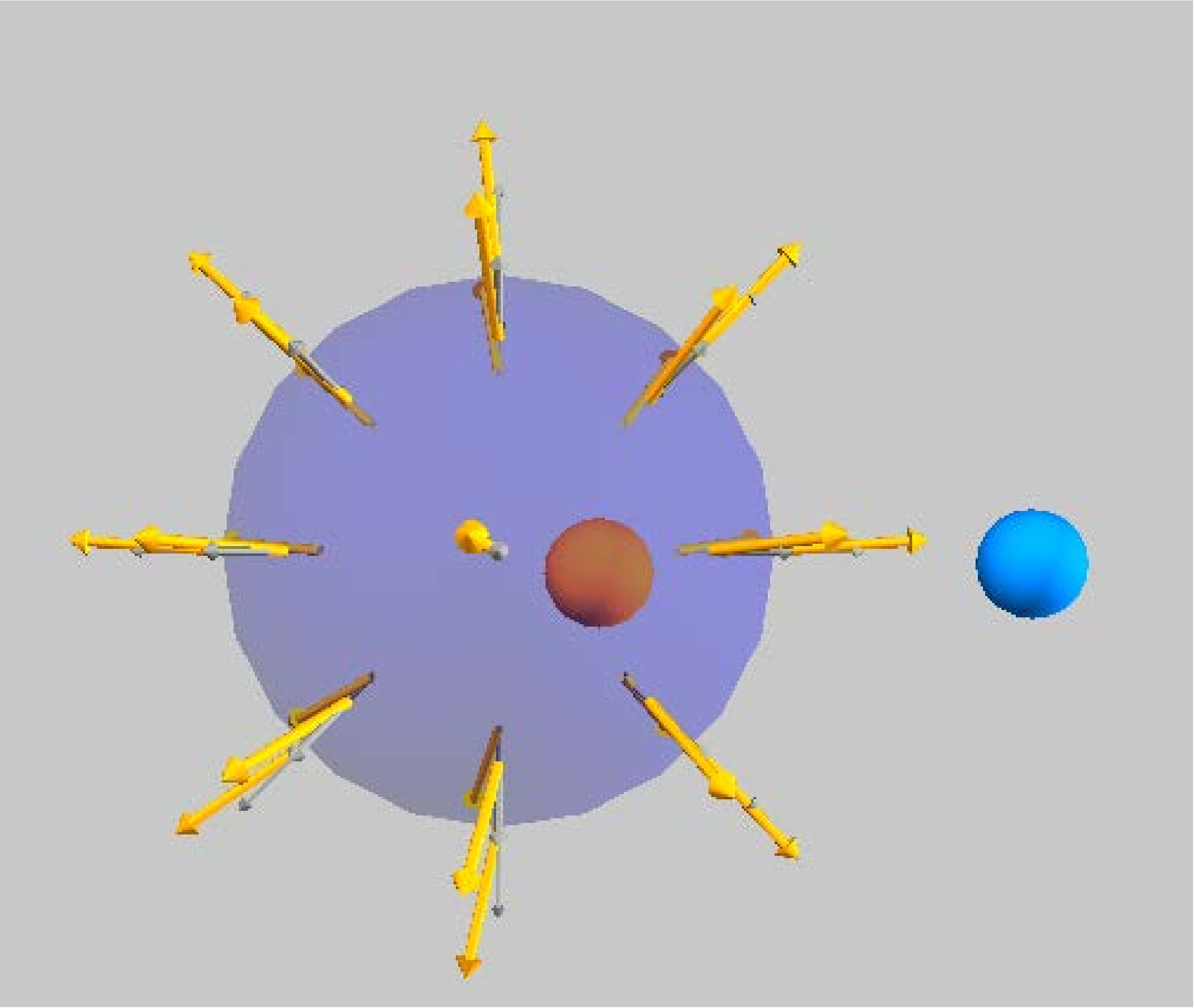
Gaußsches Gesetz

$$\vec{E}\left(\vec{r}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$



Elektrisches Feld × Oberfläche = $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$

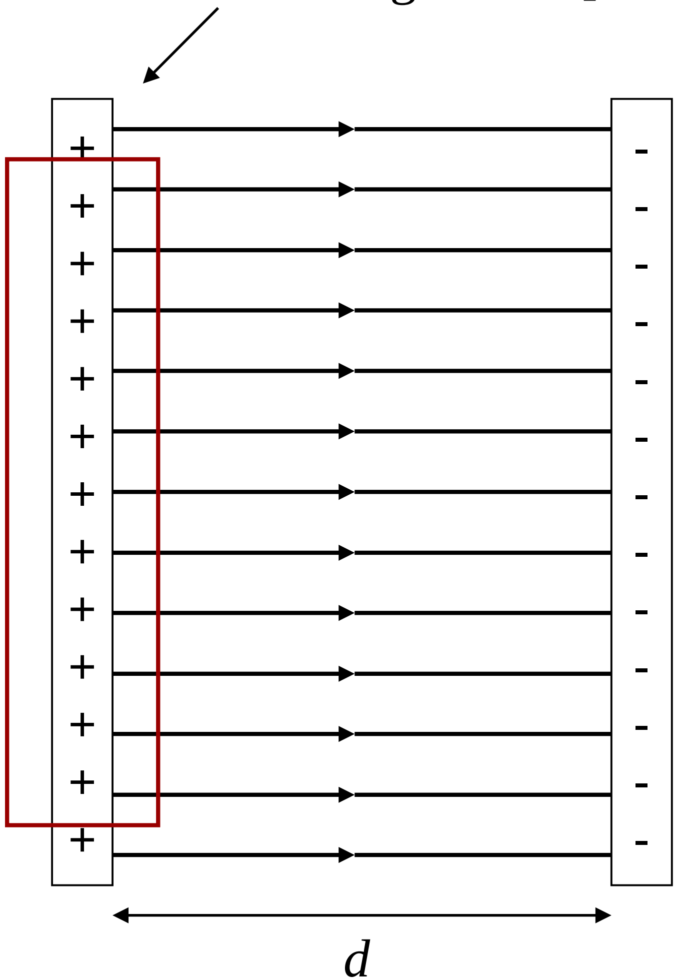
Gaußsches Gesetz



http://public.mitx.mit.edu/gwt-teal/GaussLawFlux.html

parallen Platten

σ Ladungsdichte [C/m²]



$$\iint_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\left|\vec{E}\right| A = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad [\mathrm{V/m}]}$$

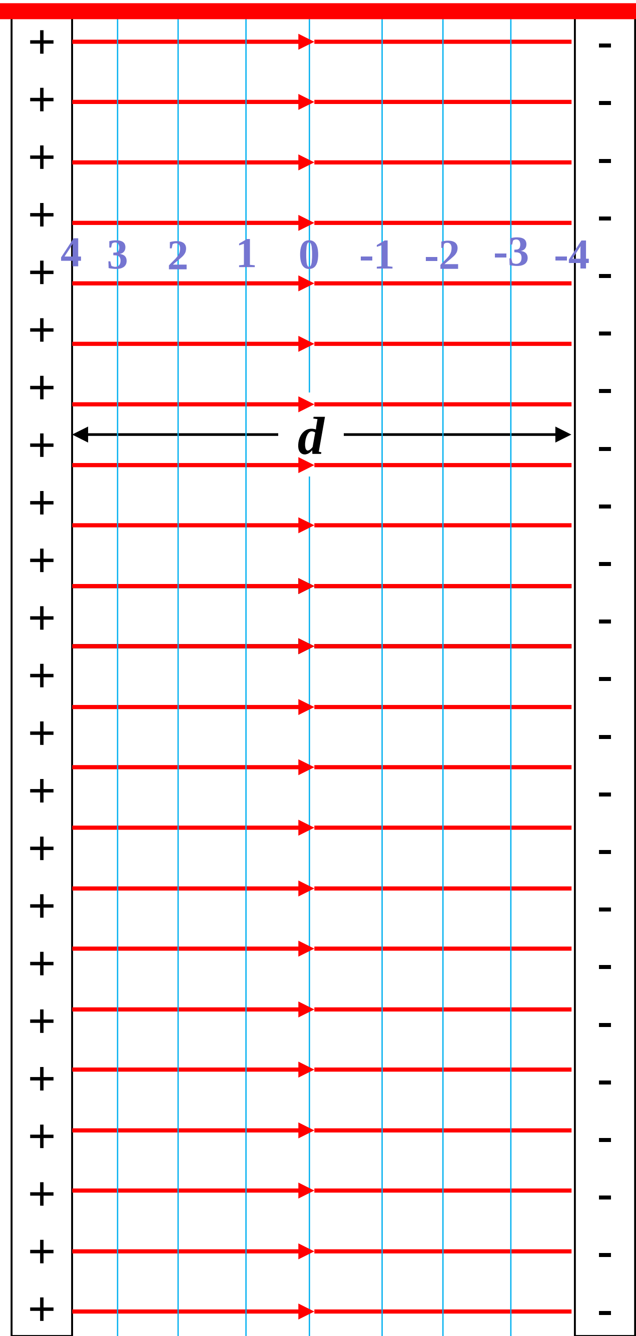
$$V = -\int_{links}^{rechts} \vec{E}\cdot d\vec{x} \quad [\mathrm{V}]$$

$$\boxed{\left|E\right| = \frac{V}{d} \quad [\mathrm{V/m}]}$$

parallen Platten

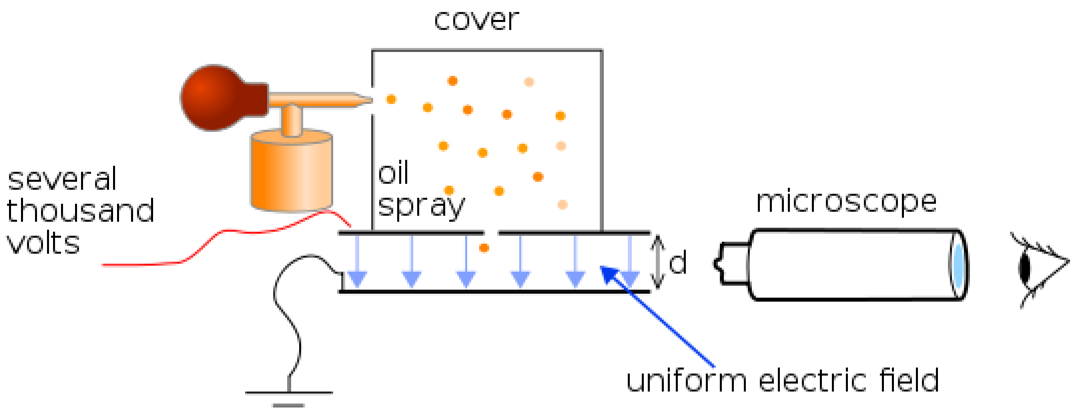
$$\varphi_{links} = 4\ [\mathrm{V}]$$

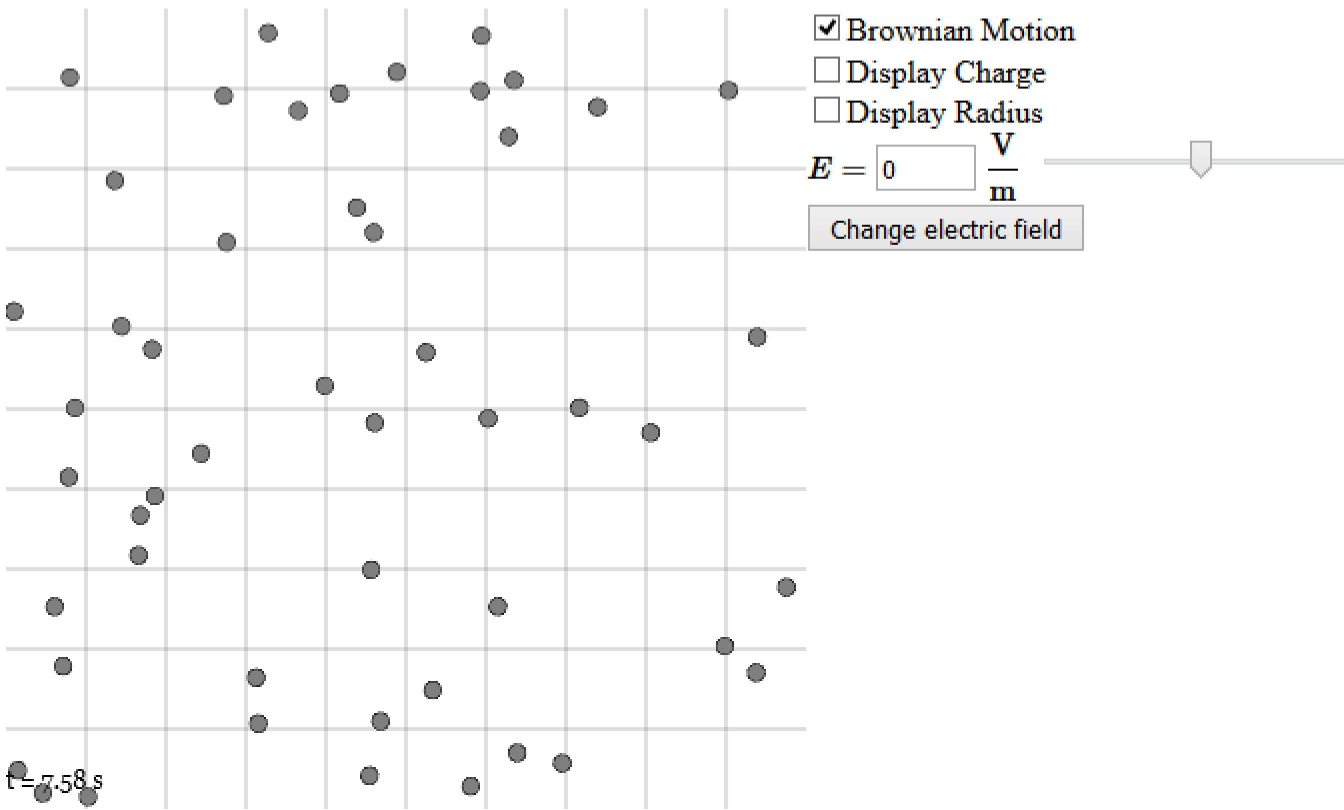
$$V = \varphi_{links} - \varphi_{rechts}$$
$$= 8\ [\mathrm{V}]$$



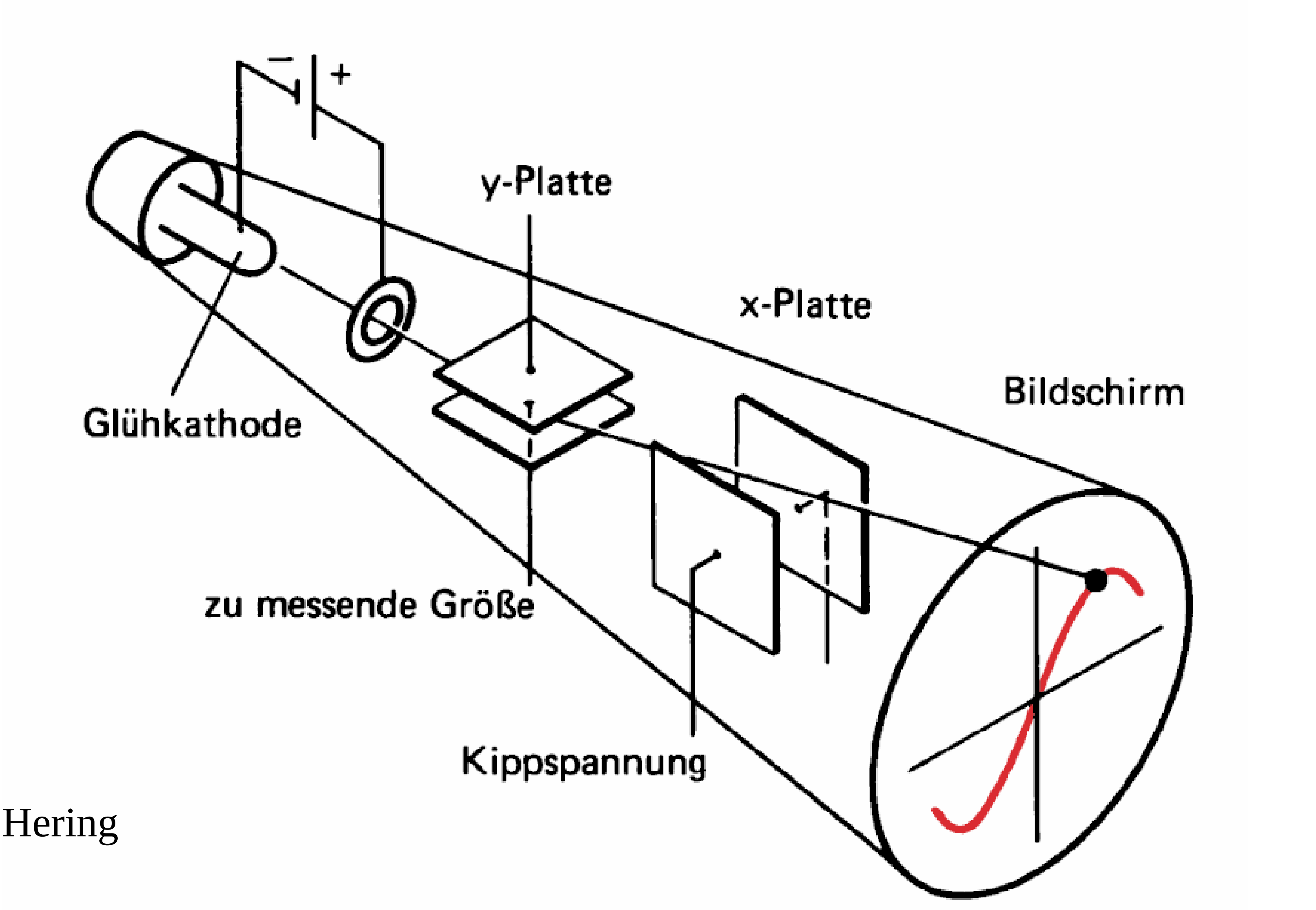
$$\varphi_{rechts} = -4\ [\mathrm{V}]$$

$$\vec{E} = -\nabla\varphi$$
$$= -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\hat{x}$$
$$= \frac{V}{d}\ \hat{\mathrm{x}}\ [\mathrm{V/m}]$$

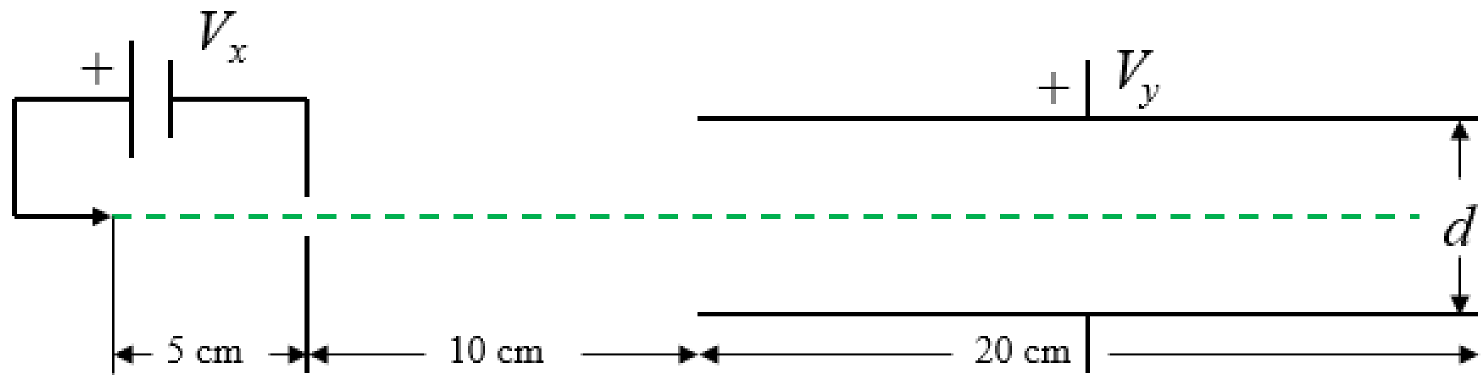

cover
oil
spray
several
thousand
volts
microscope
d
uniform electric field

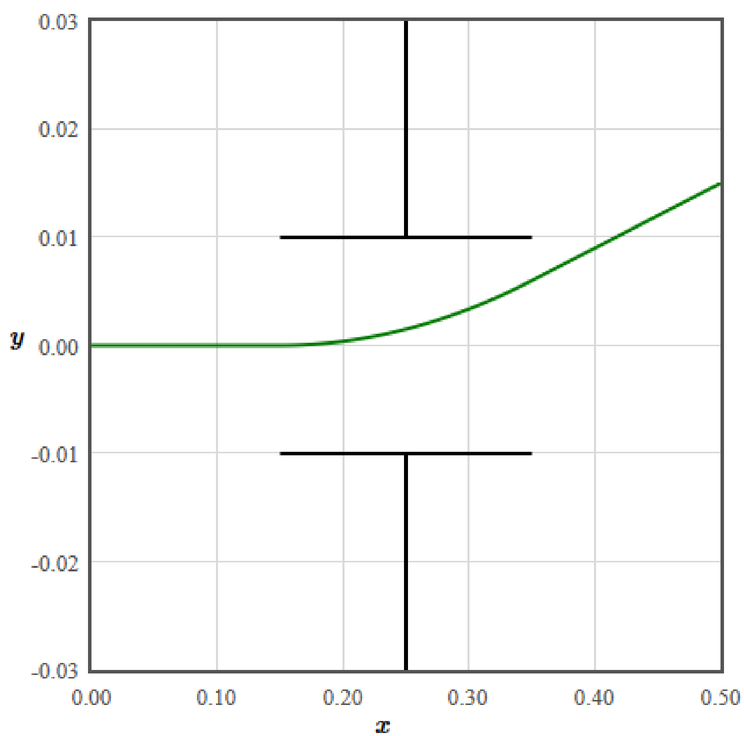

Brownian Motion
Display Charge
Display Radius
E = 0 V/m
Change electric field
t = 7.58 s

Elektronenstrahl



Hering





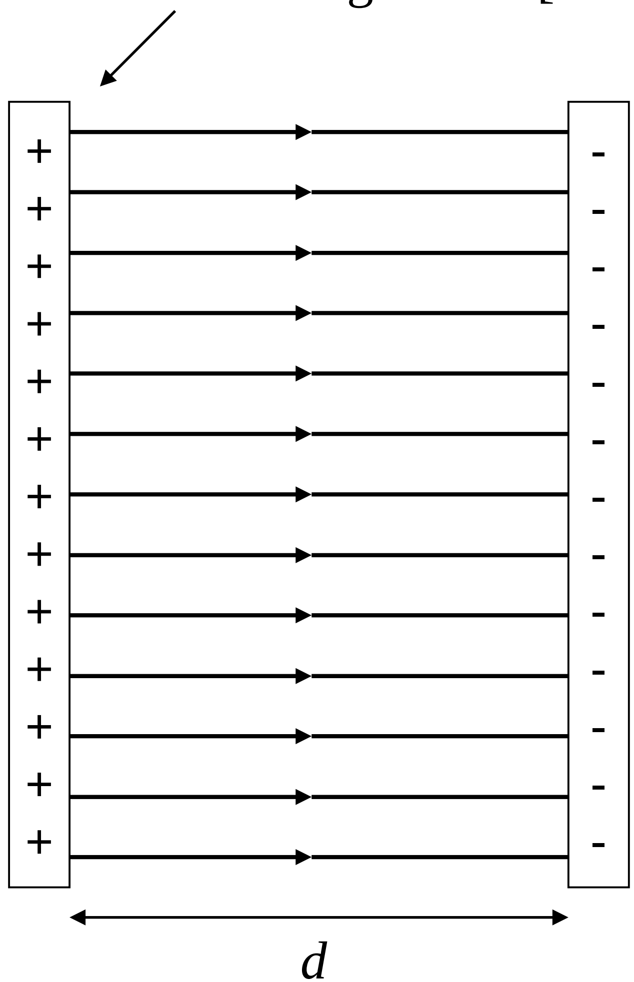
$V_x = 5000$ [V] - +

$V_y = 60$ [V] - +

$d = 0.02$ [m] - +

kondensator

σ Ladungsdichte [C/m^2]



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad [\mathrm{V/m}]$$

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{x} \quad [\mathrm{V}]$$

$$|E| = \frac{V}{d} \quad [\mathrm{V/m}]$$

$$\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{V}{d} \quad [\mathrm{V/m}]$$

$$Q = \frac{\varepsilon_0 A}{d} V$$

$$Q = CV$$

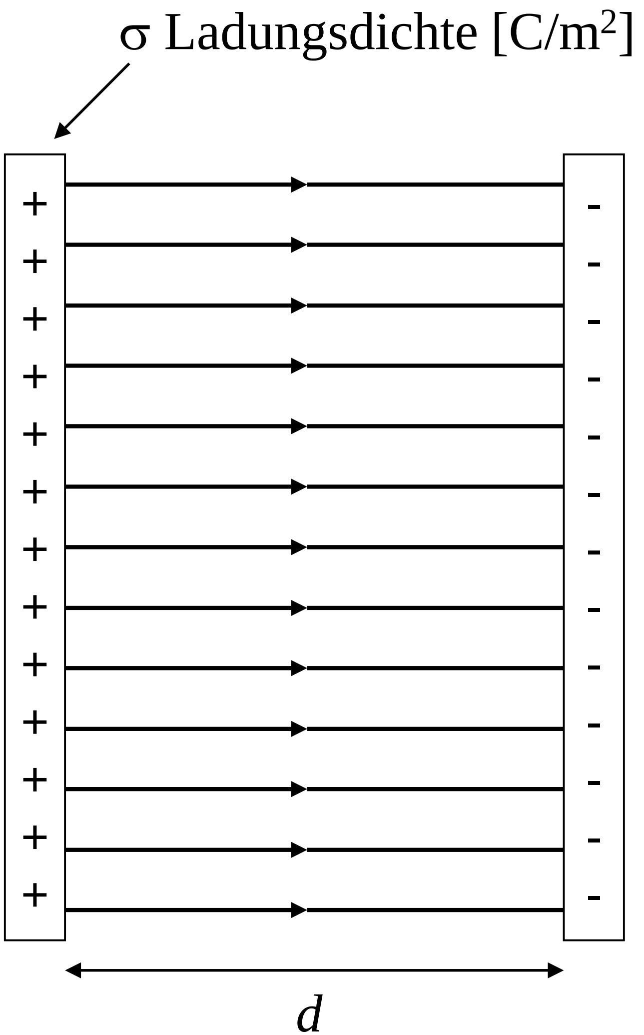
Kapazität

Energie

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$$

$$dW = dqEd = \frac{qd}{\varepsilon_0 A} dq$$

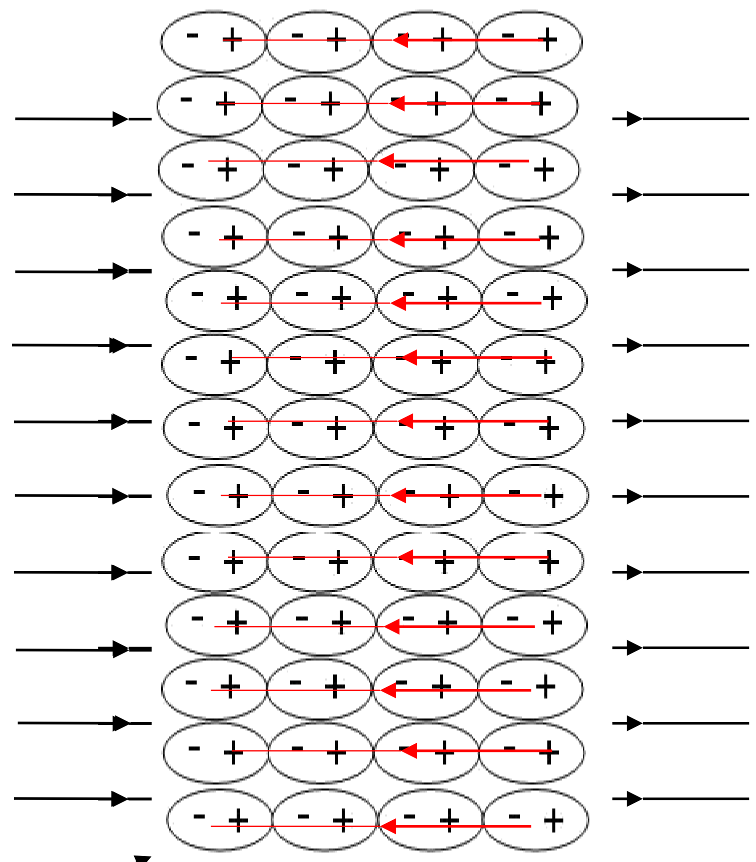
$$W = \int_0^Q dqEd = \frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 A} = \frac{Q^2}{2C}$$



Dielektrikum

$$\varepsilon_r = \frac{E_{vacuum}}{E_{dielektr}}$$

relative Dielektrizitätszahl



Nichtleiter (Isolator)