Schwingungen

Problem 2
Eine Feder ist vertikal aufgehägt, so daß das freie Ende an $y = 0$ ist. Wird ein Gewicht der Masse 619 g bei der Feder angebracht, dehnt sich die Feder um 6 cm. Durch zusätzliches Ziehen am Gewicht dehnt sich die Feder um weitere 3 cm. Wird das Gewicht nun losgelassen, mit welche Frequenz schwingt das Gewicht?

Die Erdbeschleunigung ist 9.81 m/s².

$f =$ ______ [Hz]

Problem 3

Eine Kugel mit der Masse 7 kg ist an einer nicht linearen Feder angebracht. Die Federkraft ist $F_{\text{feder}} = -3x|x|$ N. x ist hierbei die Auslenkung der Feder in Metern. Die Feder wird 2 cm von ihrer Ruheposition ausgelenkt.

(a) Wie viel Energie wird benötigt, um die Feder von $x = 0$ bis $x = 2$ cm zu dehnen?

$W =$ ______ [J]

Die Masse wird von $x = 2$ cm aus dem Ruhezustand losgelassen. Wenn die Feder versucht sich wieder in ihre Ruheposition zurück zu bewegen wirkt auf die Masse eine Reibungskraft, die der Bewegungsrichtung entgegensetzt ist: $F_{\text{drag}} = -9v_x^3$ N.

Welche Differentialgleichung muss gelöst werden, um die Bewegung der Kugel bestimmen zu können?

$$\frac{dx}{dt} = v_x$$

$$\frac{dv_x}{dt} = \text{______}$$

Wo ist der Ball zur Zeit $t = 3$ s?

$x =$ ______ [m]

Problem 5

Ein Stab hängt senkrecht an einer Feder und schwingt auf und ab. Der untere Teil des Stabes hängt in einem Topf voll Wasser. Das Wasser dämpft die Schwingung. Die Bewegung des Stabes wird beschrieben durch,

$$z(t) = 0.003 \exp(-0.3t) \sin(19t + 3) \text{ [m]}.$$

Hier ist t die Sekunden angegebene Zeit.

Wie lautet der Q Faktor für diese Schwingung?

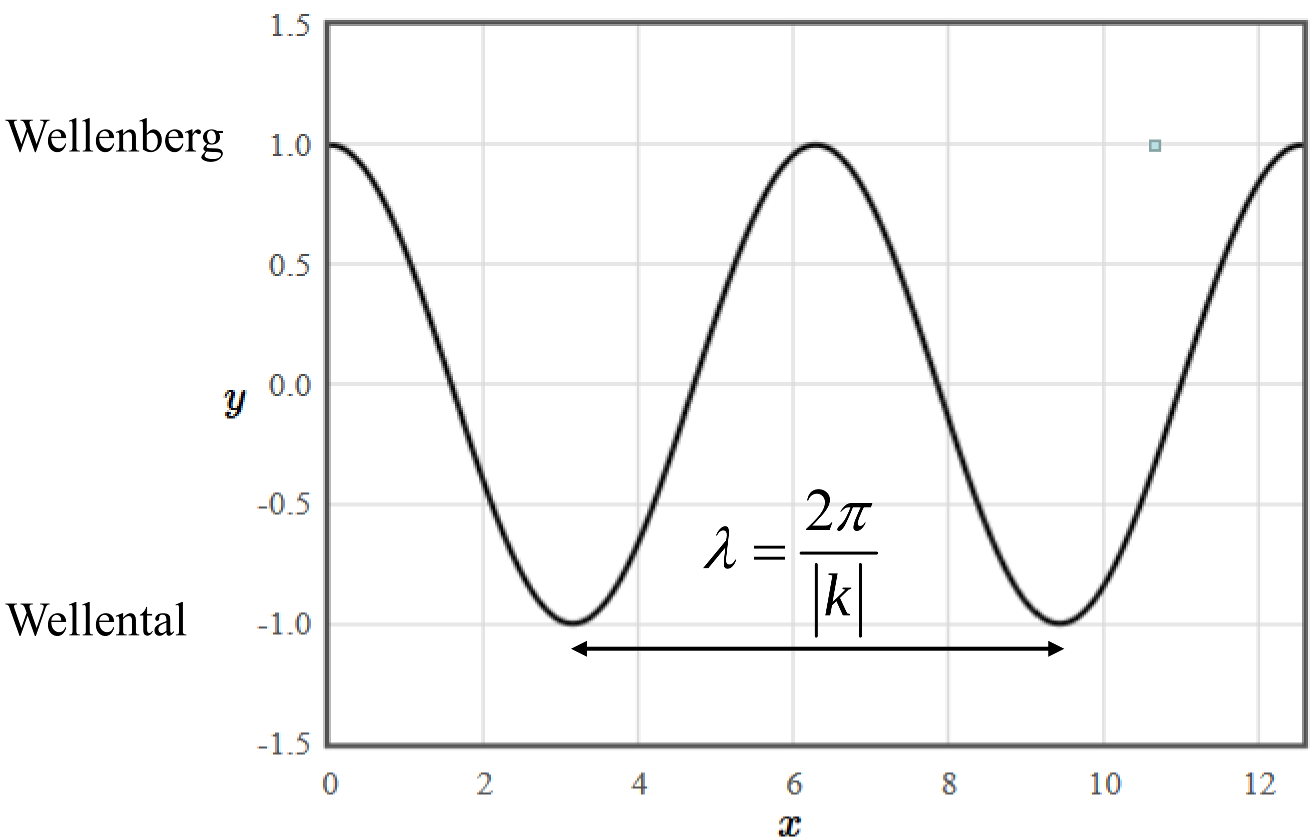
$$Q = \boxed{}$$

Wellen

Wellenzahl

$$y = A\cos(kx - \omega t + \varphi)$$

Wellenzahl [rad/m]

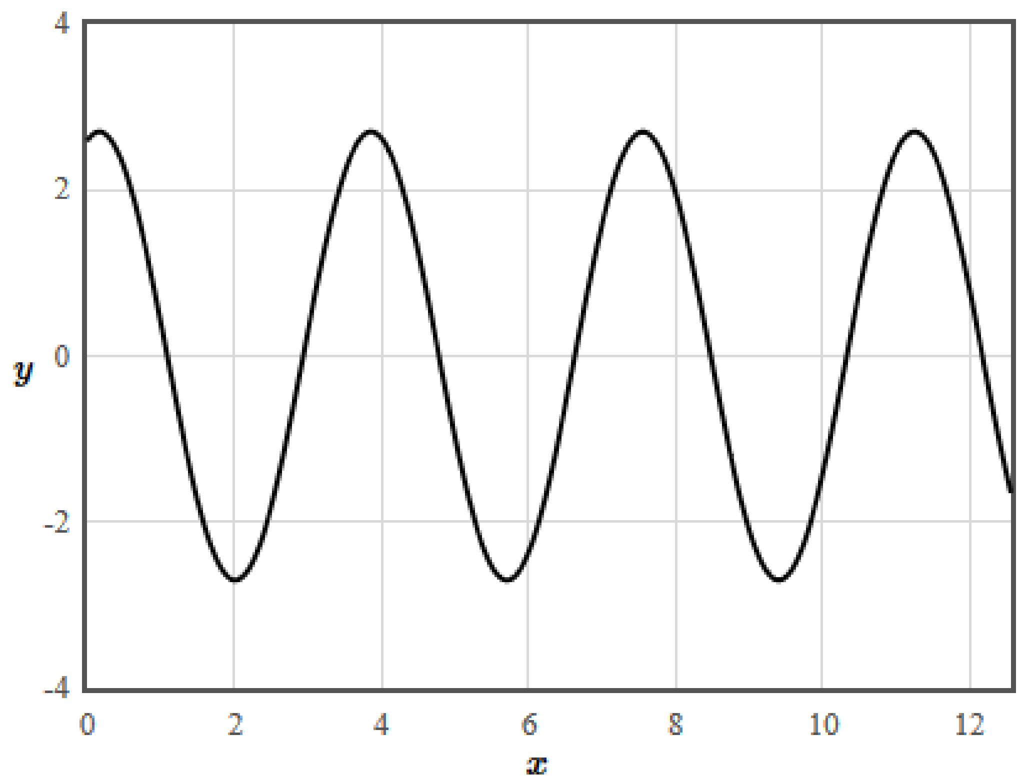


Wellenausbreitung

Eine sich ausbreitende Welle hat die Form

$$y = A\cos(kx - \omega t + \varphi).$$

Ist $k\omega > 0$, bewegt sich die Welle in $+x$-Richtung und bei $k\omega < 0$ in die $-x$ Richtung.



$A = 2.7$ [m]

$k = 1.7$ [1/m]

$\omega = 0.3$ [rad/s]

$\varphi = 0$ [rad]

$\lambda = \frac{2\pi}{|k|} = 3.70$ [m]

$T = \frac{2\pi}{|\omega|} = 20.9$ [s]

$t = 21.9$

Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Partielle Differentialgleichung

harmonischen Wellen sind die Eigenmoden der Wellengleichung

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \varphi)$$

$$c = \frac{\lambda}{T}$$

Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Partielle Differentialgleichung

$$y = A\cos(kx - \omega t + \varphi)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos(kx - \omega t + \varphi)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 A\cos(kx - \omega t + \varphi)$$

$$\omega^2 = c^2 k^2 \qquad c = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} \qquad f = \frac{c}{\lambda}$$

harmonischen Wellen sind die Eigenmoden der Wellengleichung

Energie

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \omega A \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos(kx - \omega t)$$

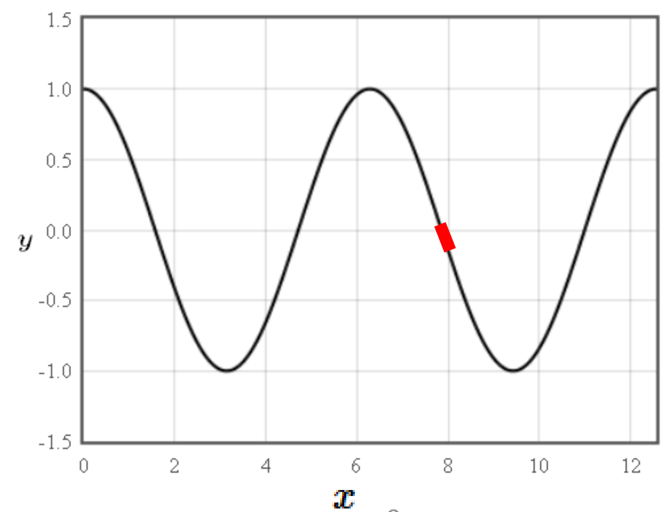
$$F = ma = -m\omega^2 y$$ Hookesches Gesetz

$$E_{pot} = -\int F dy = \frac{m\omega^2 y^2}{2}$$

$$E_{kin} = \frac{m}{2}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2$$

$$E_{tot} = \frac{\omega^2 A^2 \rho dx}{2}\left(\cos^2(kx - \omega t) + \sin^2(kx - \omega t)\right) = \frac{\omega^2 A^2 \rho dx}{2}$$

$$y = A\cos(kx - \omega t + \varphi).$$



ρ = Massendichte [kg/m]