Elektrizität

Coulombsches Gesetz

$$E_{pot}(x,y,z) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

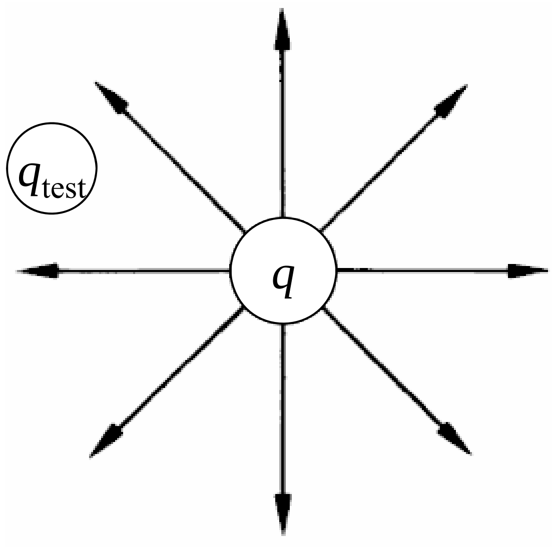
Skalarfeld

$$\vec{F} = -\nabla E_{pot}$$

Vektorfeld

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\ \hat{r}$$

Elektrisches Feld



$$\vec{F} = \frac{q_{test}\, q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{r}$$

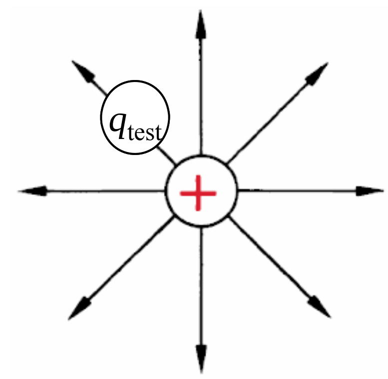
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{r}$$

Vektorfeld

$$\vec{F} = q_{test}\vec{E}$$

Elektrostatische Potential

Elektrisches Feld $$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}}{q_{test}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$



$$\vec{E} = -\nabla\varphi$$

Elektrostatische Potential $$\varphi(\vec{r}) = \frac{E_{pot}}{q_{test}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

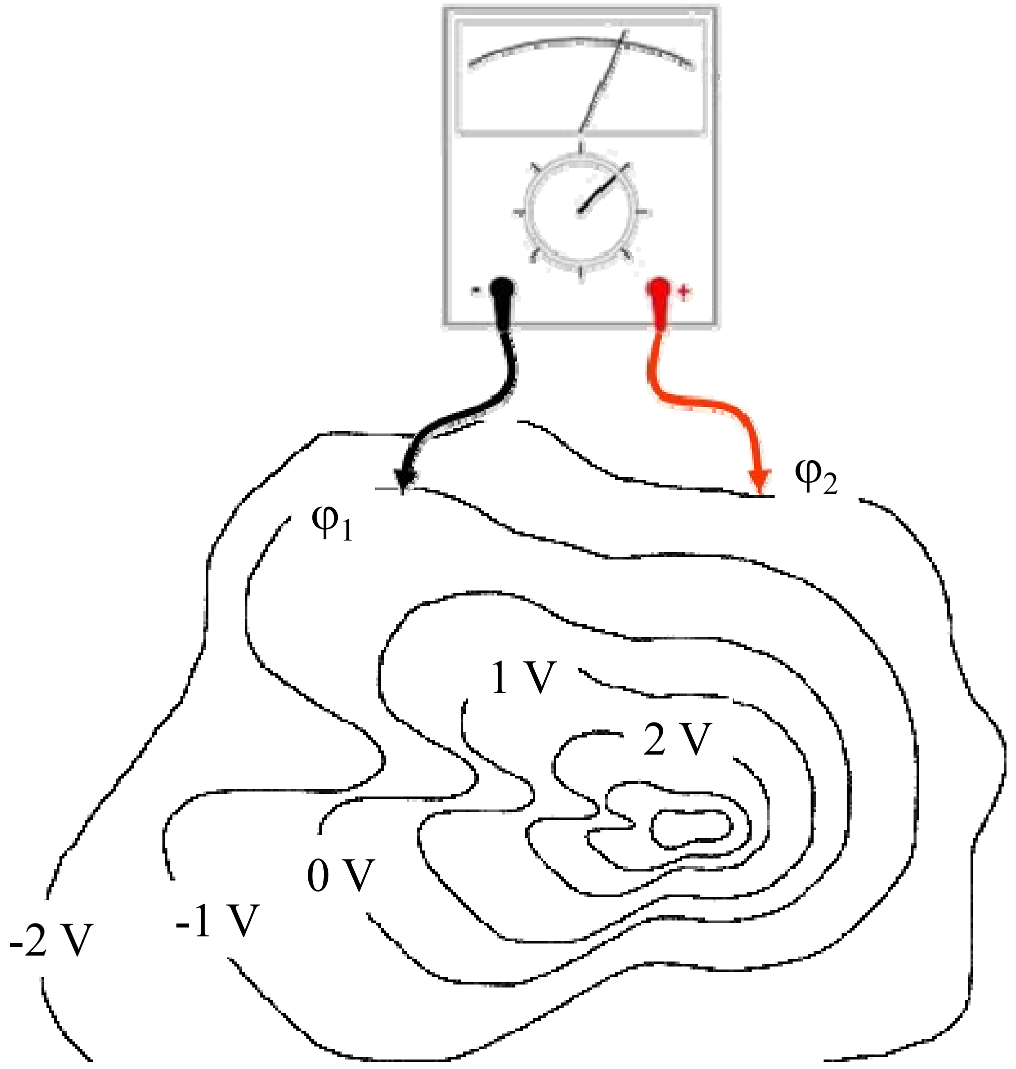
$$\varphi_b - \varphi_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

Spannung

$$V = \varphi_2 - \varphi_1$$ Volts

Elektrostatische Potential [Volts]

$$\vec{E} = -\nabla \varphi$$



$$E(x,y,z) = -\left(\underbrace{\frac{\partial\varphi}{\partial x}\,i}_{E_x} + \underbrace{\frac{\partial\varphi}{\partial y}\,j}_{E_y} + \underbrace{\frac{\partial\varphi}{\partial z}\,k}_{E_z}\right) \tag{4.102}$$

Elektrostatische Potential φ

Gleichung (4.102) kann auch mit dem *Vektoroperator Gradient*

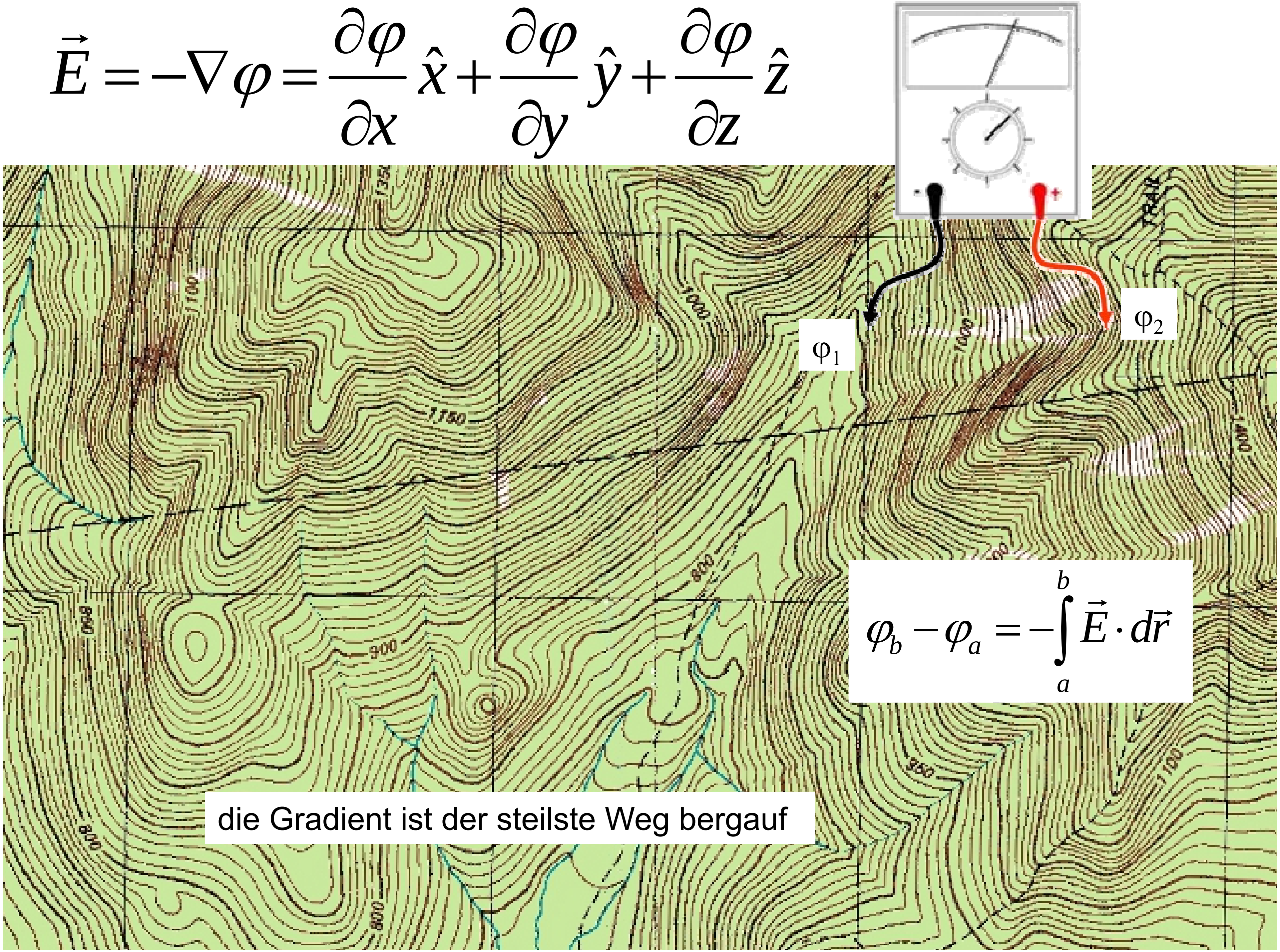
$$\mathbf{grad} = \frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k$$

formuliert werden:

$$E = -\mathbf{grad}\,\varphi\,. \tag{4.103}$$

Hering

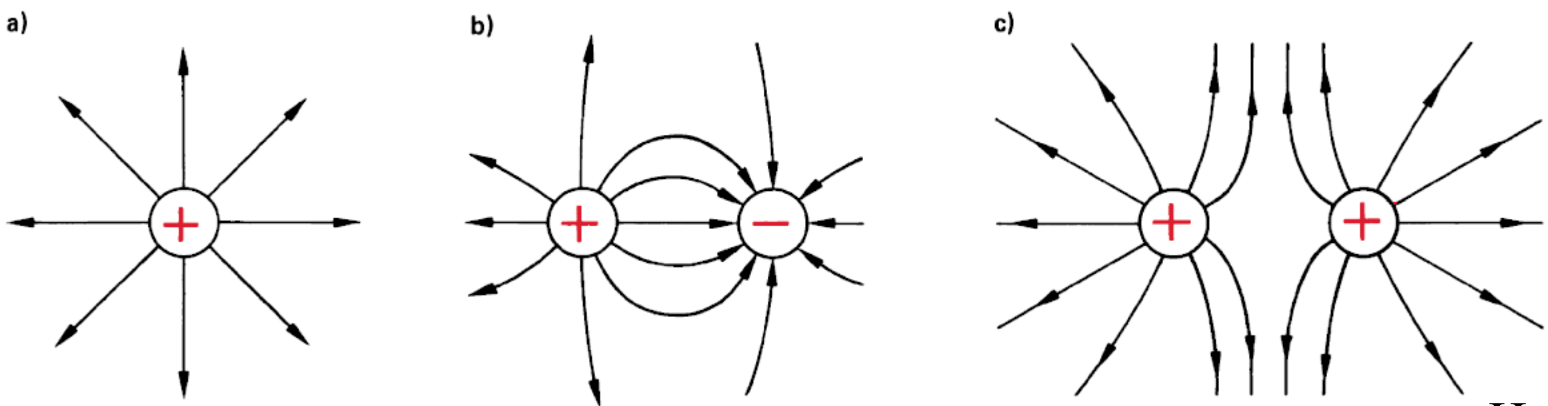
$$\vec{E} = -\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\hat{z}$$



$$\varphi_b - \varphi_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

die Gradient ist der steilste Weg bergauf

Elektrisches Feld

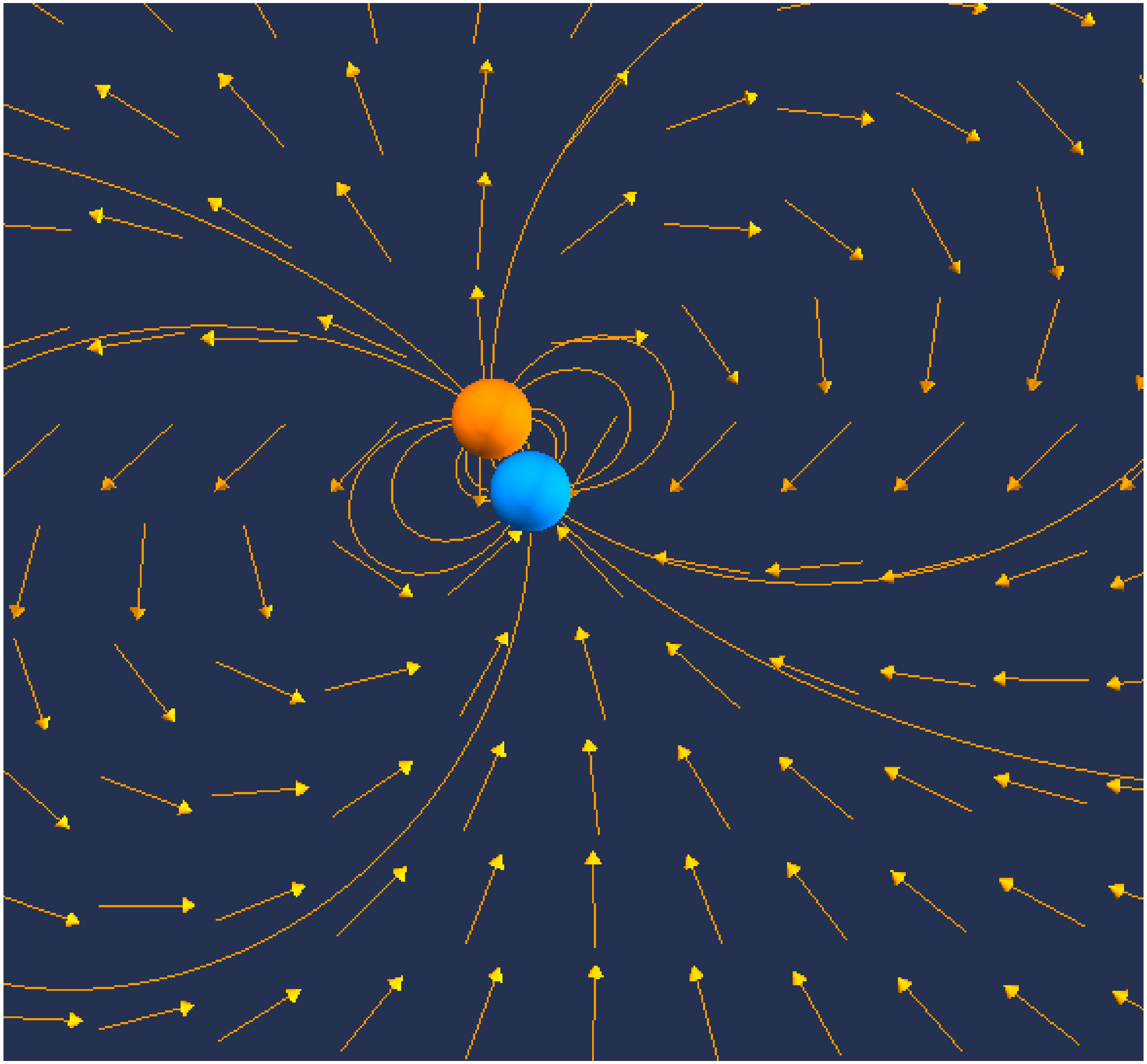


Hering

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{4\pi\varepsilon_0 \left|\vec{r}-\vec{r}_i\right|^3}$$

Äquipotentialfläche - Feldlinien



http://public.mitx.mit.edu/gwt-teal/PCharges.html

Punktladungsverteilung

Kraft
$$\vec{F}(\vec{r}) = q_{test} \sum_i \frac{q_i (\vec{r} - \vec{r}_i)}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$

Elektrisches Feld
$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i (\vec{r} - \vec{r}_i)}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$

Elektrostatische Potential
$$\varphi(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

Elektrostatik

$$q_i$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{4\pi\varepsilon_0 \left|\vec{r}-\vec{r}_i\right|^3}$$

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 \left|\vec{r}-\vec{r}_i\right|}$$

$$\vec{E}$$

$$\varphi = -\int \vec{E}\cdot d\vec{r} + \varphi_0$$

$$\vec{E} = -\nabla\varphi$$

$$\varphi$$

Elektrisches Feld einer Punktladungsverteilung

Das elektrostatische Potential φ einer Punktladungsverteilung ist

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0|\vec{r}-\vec{r}_i|} = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2}} \text{ [V].}$$

Dabei sind q_i die Ladungen und $\vec{r}_i = x_i\hat{x} + y_i\hat{y} + z_i\hat{z}$ die Positionen der Punktladungen. Die Beziehung zwischen elektrischem Feld und elektrostatischem Potential ist $\vec{E} = -\nabla\varphi = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\hat{x} - \frac{\partial\varphi}{\partial y}\hat{y} - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\hat{z}$.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{4\pi\epsilon_0|\vec{r}-\vec{r}_i|^3} \text{ [V/m].}$$

Das elektrische Feld lautet in x, y und z Koordinaten:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{q_i(x-x_i)}{4\pi\epsilon_0\left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}\hat{x} + \frac{q_i(y-y_i)}{4\pi\epsilon_0\left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}\hat{y} + \frac{q_i(z-z_i)}{4\pi\epsilon_0\left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}\hat{z} \right] \text{ [V/m]}$$

Im folgenden Formular können Sie Ladungen und Positionen von bis zu 10 Punktladungen angeben. Für diese wird das elektrostatische Potential und das elektrische Feld am Ort $\vec{r}$ berechnet. Der Nullpunkt des Potentials sei sehr weit von allen Ladungen entfernt.

$\vec{r} =$ 1 $\hat{x} +$ 0 $\hat{y} +$ 0 $\hat{z}$ [m]

Berechne φ und E an der Position r

$\varphi(\vec{r}) =$ ____ [V]

$\vec{E}(\vec{r}) =$ ____ $\hat{x} +$ ____ $\hat{y} +$ ____ $\hat{z}$ [V/m]

$q_1 =$	1E-6	[C]	$\vec{r}_1 =$	0 $\hat{x} +$	0 $\hat{y} +$	0 $\hat{z}$ [m]
$q_2 =$		[C]	$\vec{r}_2 =$	$\hat{x} +$	$\hat{y} +$	$\hat{z}$ [m]
$q_3 =$		[C]	$\vec{r}_3 =$	$\hat{x} +$	$\hat{y} +$	$\hat{z}$ [m]

http://lampx.tugraz.at/~hadley/physikm/apps/coulombE.de.php

Elektrisches Feld einer Ladungsverteilung auf einer gekrümmten Linie

Gegeben sei ein Draht der Länge L mit einer uniformen Ladungsdichte λ. Dieser Draht kann in verschiedene Formen gebogen werden. Das elektrostatische Potential φ, welches durch den Draht aufgebaut wird, kann bestimmt werden, indem der Draht in kurze Segmente geteilt wird und Beiträge aller Segmente aufsummiert werden. Die Segmente haben eine Länge Δs und eine Ladung $\Delta q = \lambda \Delta s$. Deren Beitrag zum elektrostatischen Potential an der Position $\vec{r}$ ist:

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta q}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}-\vec{r}_i|} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2}} \text{ [V]}.$$

Hier sind $\vec{r}_i = x_i\hat{x} + y_i\hat{y} + z_i\hat{z}$ die Positionen der Punktladungen entlang des Drahts. Die Beziehung zwischen elektrischem Feld und elektrostatischem Potential ist $\vec{E} = -\nabla\varphi = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\,\hat{x} - \frac{\partial\varphi}{\partial y}\,\hat{y} - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\,\hat{z}$.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}-\vec{r}_i|^3} \text{ [V/m]}$$

Das elektrische Feld lautet in x, y und z Koordinaten:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{q_i(x-x_i)}{4\pi\epsilon_0 \left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}\,\hat{x} + \frac{q_i(y-y_i)}{4\pi\epsilon_0 \left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}\,\hat{y} + \frac{q_i(z-z_i)}{4\pi\epsilon_0 \left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}\,\hat{z} \right] \text{ [V/m]}.$$

Die Lage und Form des Drahtes kann mit einer parametrischen Gleichung unter Verwendung eines Parameters s, der die Distanz entlang des Drahtes mißt, festgelegt werden. Beispielsweise wird ein gerader Draht von $\vec{r}_1$ nach $\vec{r}_2$ beschrieben durch:

$$\vec{r}_{wire} = (r_{1x} + s(r_{2x} - r_{1x}))\hat{x} + (r_{1y} + s(r_{2y} - r_{1y}))\hat{y} + (r_{1z} + s(r_{2z} - r_{1z}))\hat{z} \quad \text{mit } s = [0,1].$$

Für eine Drahtschleife des Radiuses R in der x-y Ebene an $z = 0$:

$$\vec{r}_{wire} = R\cos(2\pi s)\hat{x} + R\sin(2\pi s)\hat{y} + 0\hat{z} \quad \text{mit } s = [0,1].$$

Für eine Drahtwendel mit 10 Windungen

$$\vec{r}_{wire} = R\cos(2\pi s)\hat{x} + R\sin(2\pi s)\hat{y} + \frac{s}{n}\,\hat{z} \quad \text{mit } s = [0,10],$$

http://lampx.tugraz.at/~hadley/physikm/apps/linecharge.de.php

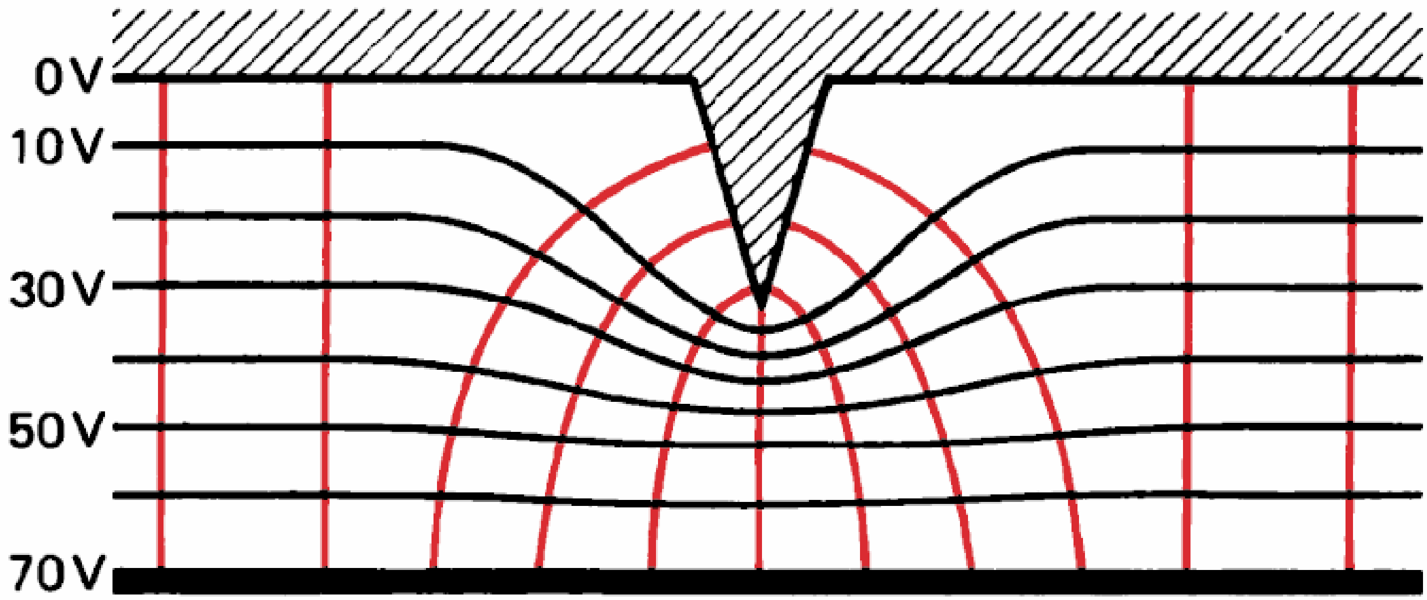
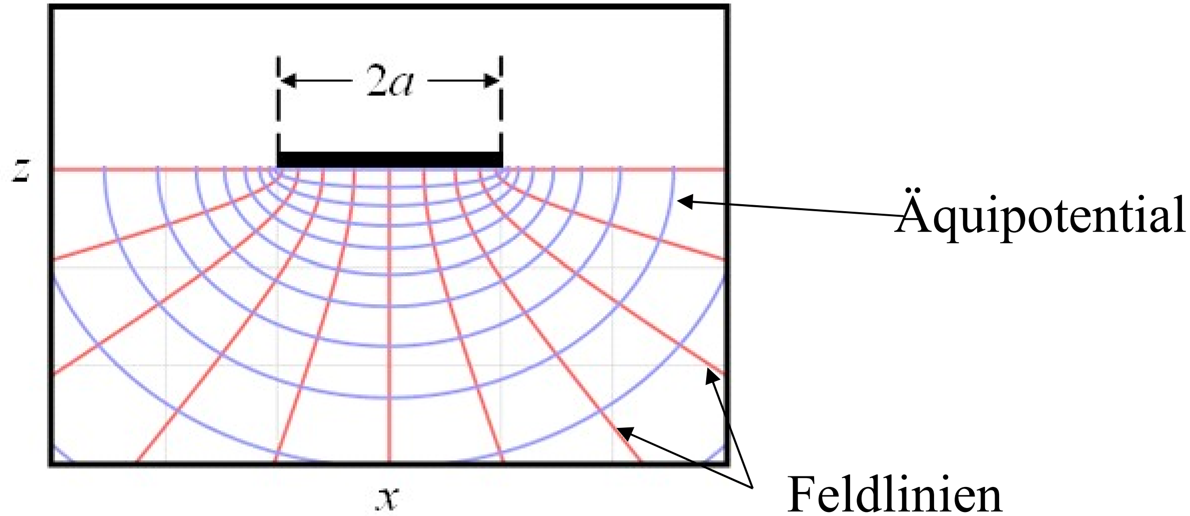
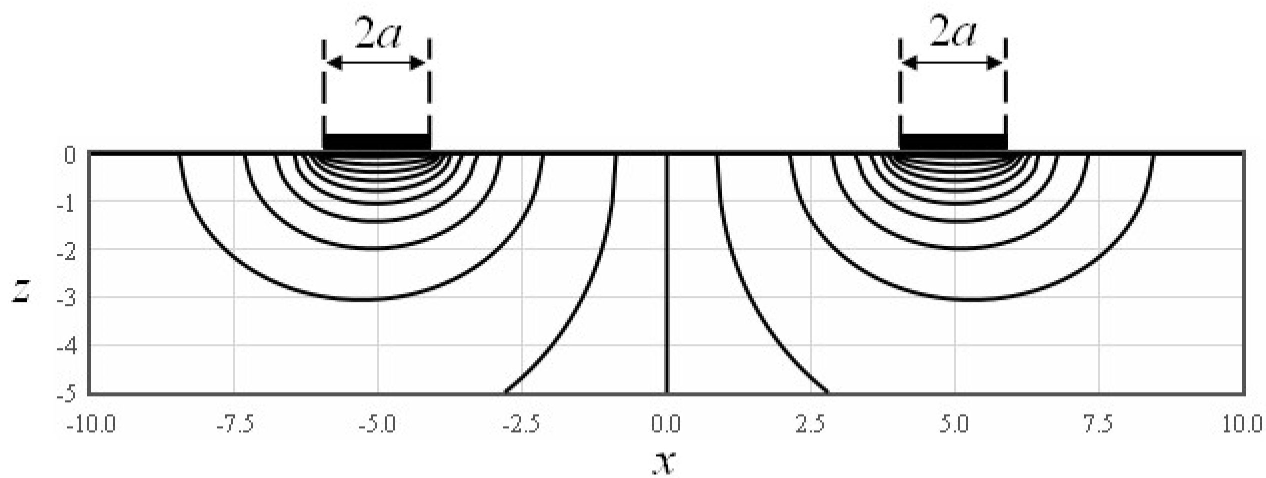


Abb. 4.55 Äquipotentiallinien und elektrische Feldlinien an einer metallischen Spitze

Hering

Äquipotentialfläche - Feldlinien





Physik M Formel Sammlung

Das elektrische Feld um eine unendlich langen Linie, die parallel zur z-Achse und gleichförmig mit der Ladungsdichte λ [C/m] geladen ist beträgt:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\lambda(\vec{r} - \vec{r}_0)}{2\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_0|^2} \qquad [\mathrm{V/m}],$$

wobei $\vec{r}_0$ [m] ein zweidimensionaler Vektor in der $x - y$-Ebene ist, der die Position der geladenen Linie angibt. Das zugehörige elektrostatische Potenzial ist:

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln(|\vec{r} - \vec{r}_0|) \qquad [\mathrm{V}].$$

Elektrisches Feld einer linearen Ladungsverteilung

Gegeben sei ein Stab mit einer uniformen Ladungsdichte λ, der parallel zur z-Achse orientiert ist. Das elektrostatische Potential außerhalb des Stabes ist:

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\left(|\vec{r}-\vec{r}_{\text{rod}}|\right) = \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\left(\sqrt{(x-x_{\text{rod}})^2+(y-y_{\text{rod}})^2}\right) \text{ [V]}.$$

Dabei ist $\vec{r}_{\text{rod}} = x_{\text{rod}}\hat{x} + y_{\text{rod}}\hat{y}$ die Position des Stabes in der x-y Ebene. Die Beziehung zwischen elektrischem Feld und elektrostatischem Potential ist $\vec{E} = -\nabla\varphi = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\hat{x} - \frac{\partial\varphi}{\partial y}\hat{y} - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\hat{z}$. Da das Potential nicht von z abhängt, ist das elektrische Feld in z-Richtung Null.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\lambda(\vec{r}-\vec{r}_{\text{rod}})}{2\pi\epsilon_0|\vec{r}-\vec{r}_{\text{rod}}|^2} \text{ [V/m]}.$$

Das elektrische Feld lautet in x und y Koordinaten:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\lambda(x-x_{\text{rod}})}{2\pi\epsilon_0\left((x-x_{\text{rod}})^2+(y-y_{\text{rod}})^2\right)}\hat{x} + \frac{\lambda(y-y_{\text{rod}})}{2\pi\epsilon_0\left((x-x_{\text{rod}})^2+(y-y_{\text{rod}})^2\right)}\hat{y} \text{ [V/m]}.$$

http://lampx.tugraz.at/~hadley/physikm/apps/coulombline.de.php