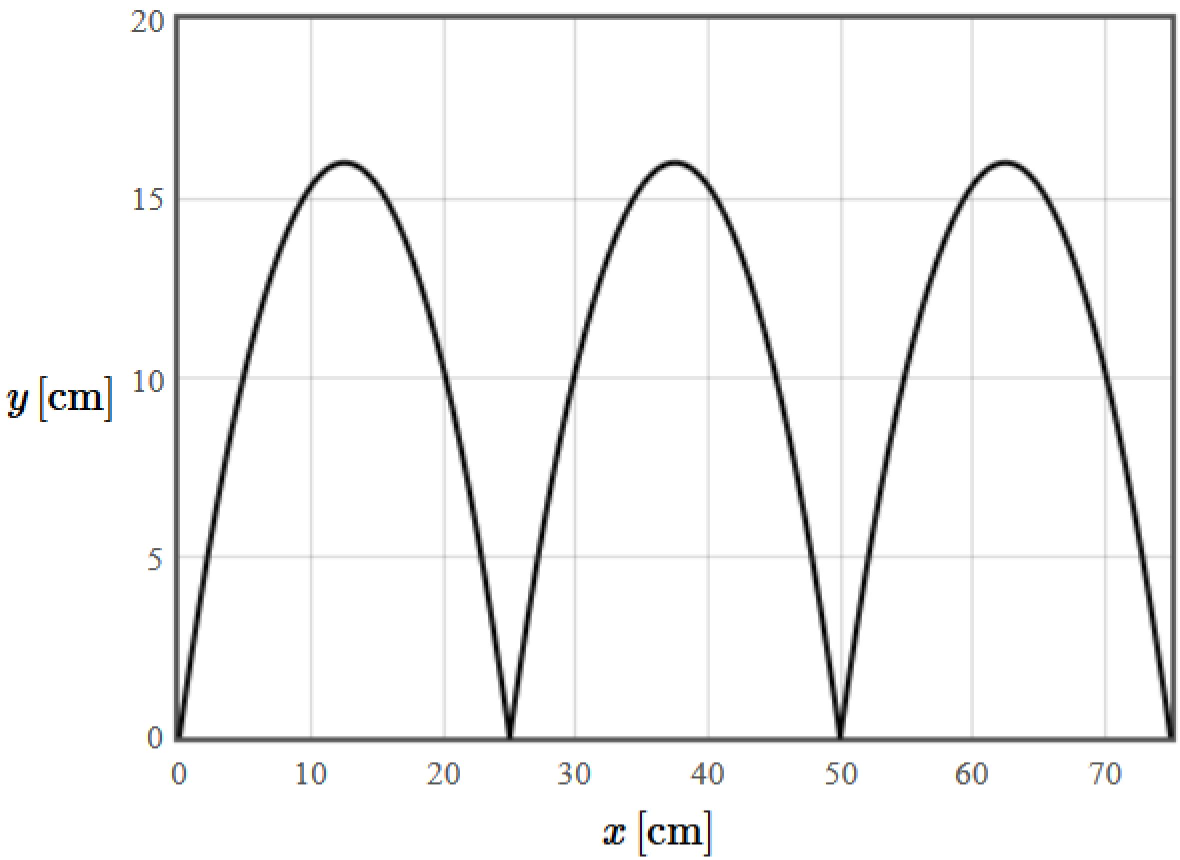
Punktmechnik

Pruefung 29.06.2017



$$\vec{r} = t\hat{x} + \frac{64}{625}\left(25t - t^2\right)\hat{y} + 0\hat{z} \quad \text{[cm]}$$

Punktmechanik

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{r} \qquad \vec{v} \qquad \vec{a} \qquad \vec{F}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{r}(t) = \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t')dt' + \vec{r}(t_0)$$

$$\vec{v}(t) = \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t')dt' + \vec{v}(t_0)$$

Fähigkeiten

Mechanik punktartiger Teilchen

Bei gegebener Position $\vec{r}$ [m], Geschwindigkeit $\vec{v}$ [m/s], Beschleunigung $\vec{a}$ [m/s²], oder Kraft $\vec{F}$ [N] als Funktion der Zeit eines Teilchens, müssen Sie in der Lage dazu sein, jede der vier Grössen durch Integrieren oder Ableiten der anderen Grössen zu erhalten.

App: Numerische Integration und Differentiation von Funktionen in Abhängigkeit von t.

konstante Kraft $\vec{F}_0 = -mg\hat{z}$ $\vec{v}_0 = v_{z0}\hat{z}$ $\vec{r}_0 = 0$

$$\vec{F} = -mg\hat{z} \Rightarrow \vec{a} = -g\hat{z}$$

$$\vec{v} = \int \vec{a}\,dt + \vec{v}_0$$

$$\vec{v} = \left(-gt + \vec{v}_{z0}\right)\hat{z}$$

$$\vec{r} = \int \vec{v}\,dt + \vec{r}_0$$

$$\vec{r} = \left(\frac{1}{2}gt^2 + \vec{v}_{z0}t\right)\hat{z}$$

511.015 Physik M en

- Lehrplan
- Bücher
- Testfragen

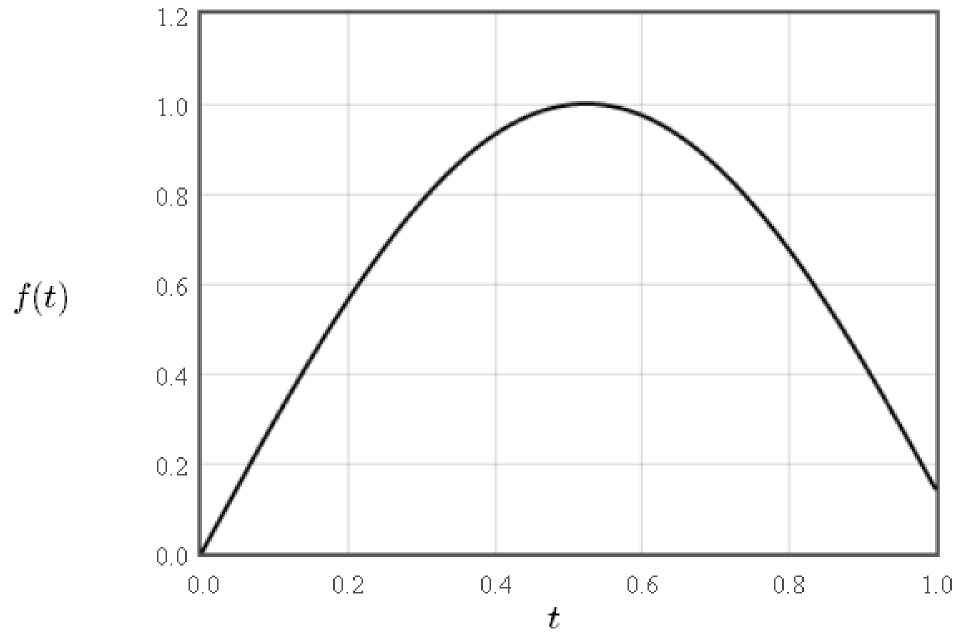
Numerische Integration and Differentiation

$f(t) =$ sin(3*t) ?

Fill table from $t_1 =$ 0 to $t_2 =$ 1.

t	$f(t)$
0.02000	0.05996
0.02333	0.06994
0.02667	0.07991
0.03000	0.08988
0.03333	0.09983
0.03667	0.1098
0.04000	0.1197
0.04333	0.1296
0.04667	0.1395
0.05000	0.1494
0.05333	0.1593

calculate from table



Die 1. Ableitung
Die Ableitung von $f(t)$ wird berechnet aus

$$\frac{df}{dt} \approx \frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t}.$$

Fähigkeiten

Integrieren und Differenzieren

Sie müssen wissen:

- wie man die Funktionen $\exp(x)$, $\sin(x)$, $\cos(x)$, und Polynome x^n, $1/x^n$ integriert und ableitet;
- die Produktregel für Ableitungen;
- die Quotientenregel für Ableitungen;
- die Kettenregel für Ableitungen.

Sie können Ihre Arbeit mit der App für numerische Integration und Differentiation überprüfen.

Mathematica, Wolfram Alpha

Position → Kraft (numerisch)

Ein auf einer geraden Straße fahrendes Auto hat ein GPS-Gerät installiert, welches die Position des Autos speichert. Die Masse des Autos ist 1175 kg. Welche Kraft wirkt auf das Auto zur Zeit t =20 s?

Differenzieren Sie mittels der APP Numerische Integration.

t [s]	x [m]
0.00	7.0000000
0.500	14.191468
1.00	21.556045
1.50	29.073493
2.00	36.721801
2.50	44.477305
3.00	52.314830
3.50	60.207848
4.00	68.128647
4.50	76.048522
5.00	83.937969

solution

Arbeiten mit Daten

Manchmal erhält man Daten in Form von Textspalten. Sie sollten in der Lage sein:

- Erwartungswert und Standardabweichung jeder Spalte zu berechnen;
- alle Werte einer Spalte mit einem Wert zu multiplizieren (z.B. könnte eine Spalte die Beschleunigung eines Teilchens zu verschiedenen Zeiten repräsentieren. Multipliziert mit der Masse liefert das die jeweilige Kraft);
- die Daten einer Spalte zu plotten;
- die Daten einer Spalte numerisch zu integrieren;
- die Daten einer Spalte numerisch zu differenzieren;
- die Daten von einem Format, welches '.' als Dezimaltrennzeichen nutzt in ein Format, welches ',' als Dezimaltrennzeichen nutzt umzuwandeln.

Apps: Erwartungswert und Standardabweichung, Numerische Integration und Differentiation von Funktionen in Abhängigkeit von t, Numerische Integration und Differentiation von Funktionen in Abhängigkeit von x, Dezimal Punkt ↔ Beistrich.

Differentialgleichungen

$$ma_x = m\frac{d^2x}{dt^2} = F_x\left(x, v_x, t\right)$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x \qquad \frac{dv_x}{dt} = \frac{F_x\left(x, v_x, t\right)}{m}$$

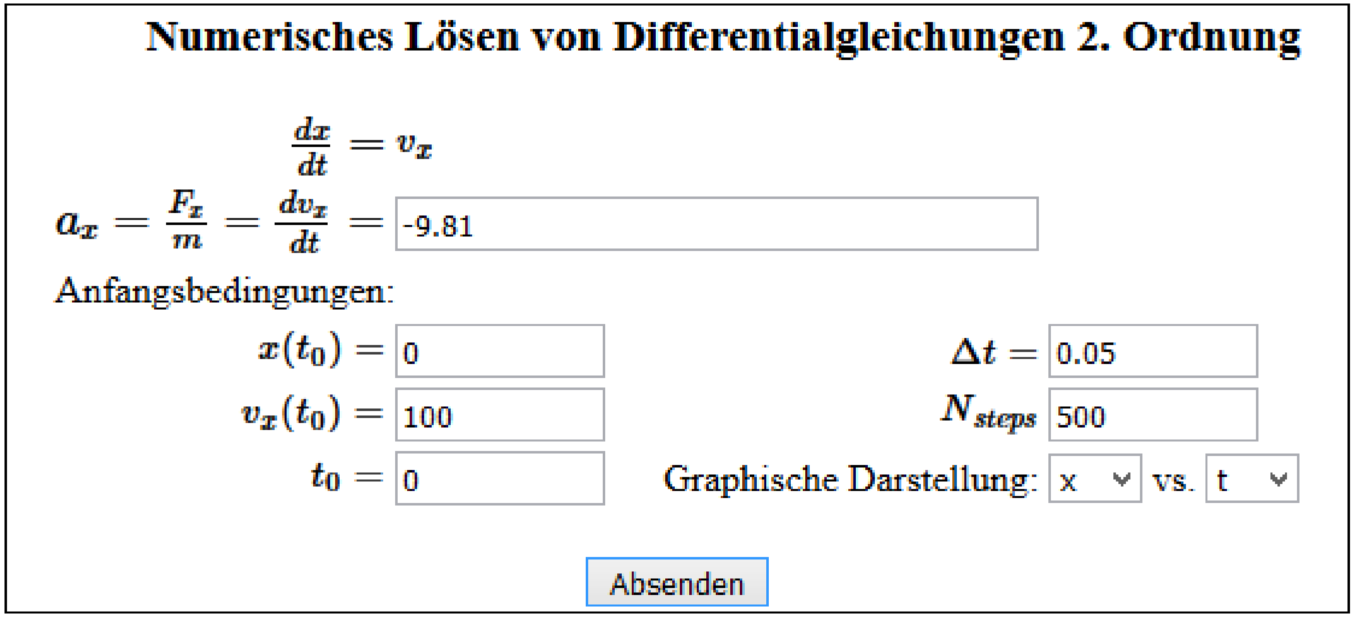
Numerisches Lösen von Differentialgleichungen

Anfangsbedingungen: $x(t=0)=x_0$ $\qquad$ $v_x(t=0)=v_{x0}$

$$\frac{dx}{dt}=v_x \qquad \frac{dv_x}{dt}=\frac{F_x(x,v_x,t)}{m}$$

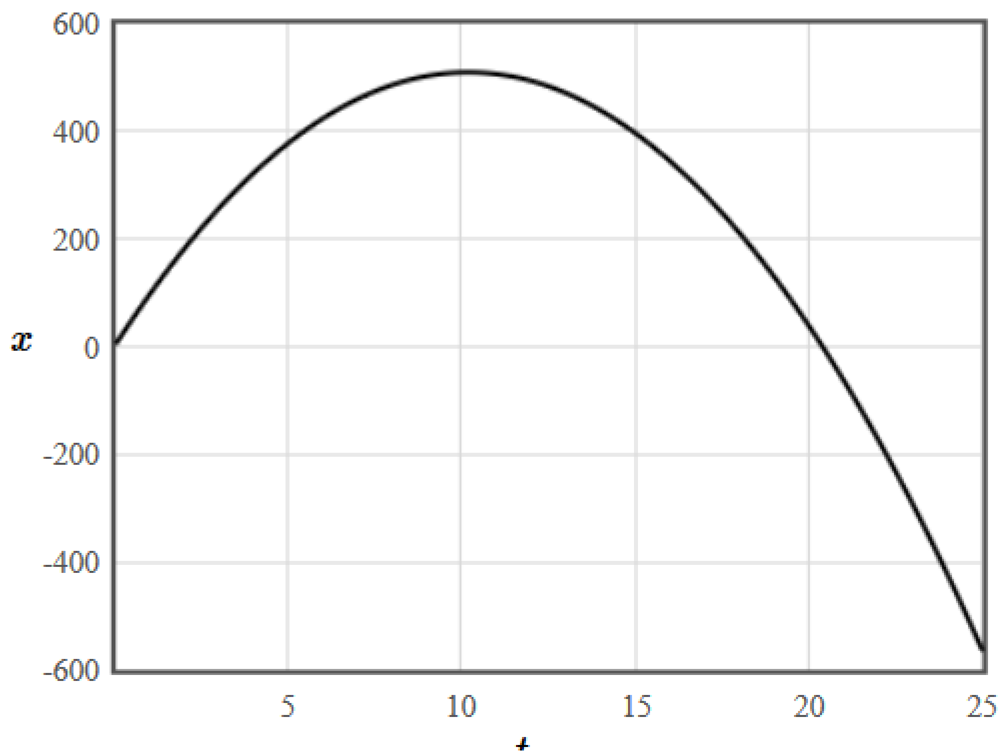
$$x(\Delta t)\approx x_0+\frac{dx}{dt}\Delta t \qquad v_x(\Delta t)\approx v_{x0}+\frac{dv_x}{dt}\Delta t$$

Ball werfen ohne Reibung

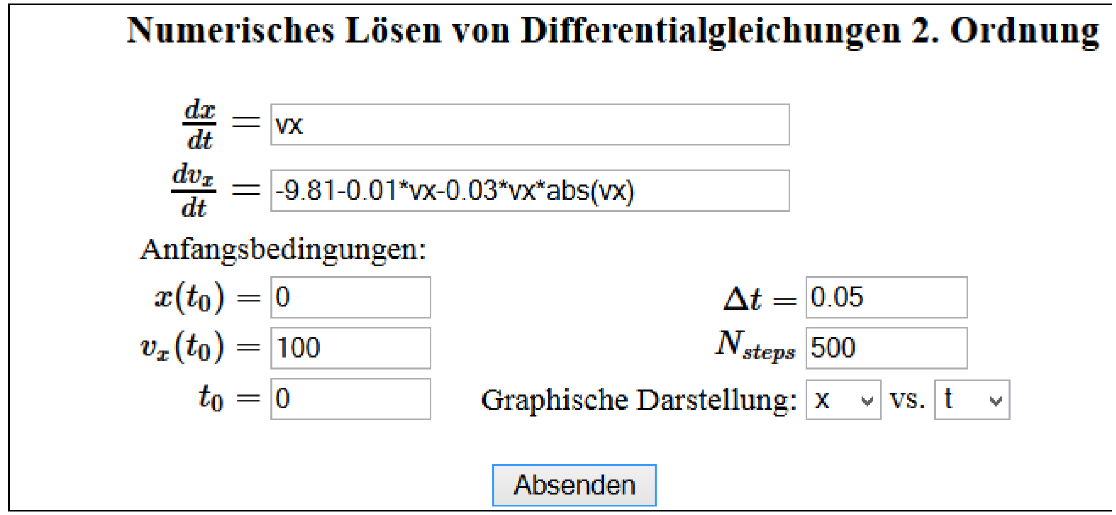


$$F = m\frac{d^2x}{dt^2} = -mg$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = -g$$

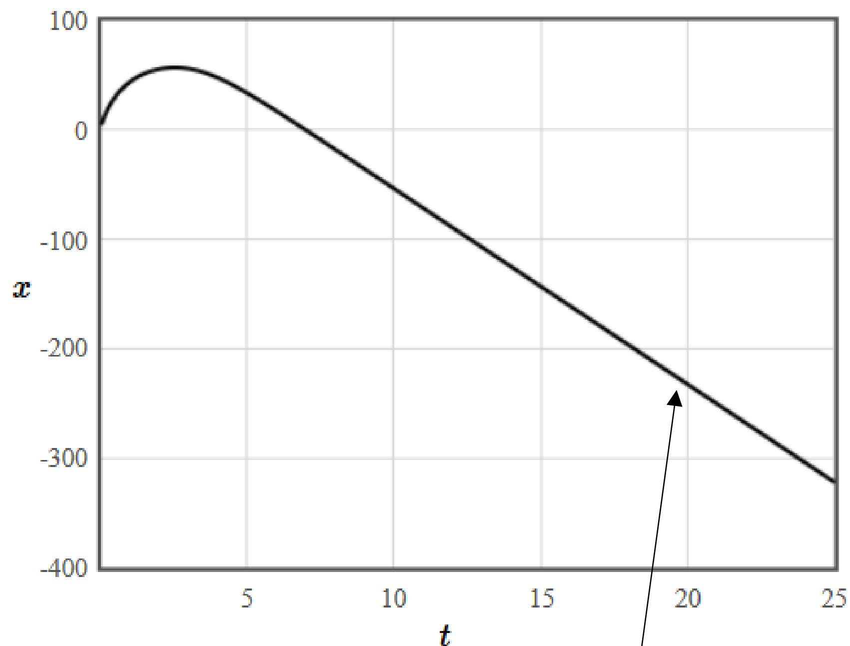


Ball werfen mit Reibung



$$F = m\frac{d^2x}{dt^2} = -mg - av_x - bv_x\,|\,v_x\,|$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = -g - \frac{a}{m}v_x - \frac{b}{m}v_x\,|\,v_x\,|$$



Endgeschwindigkeit

Massa - Feder

Numerisches Lösen von Differentialgleichungen 2. Ordnung

$\frac{dx}{dt} =$ vx

$\frac{dv_x}{dt} =$ -3*x

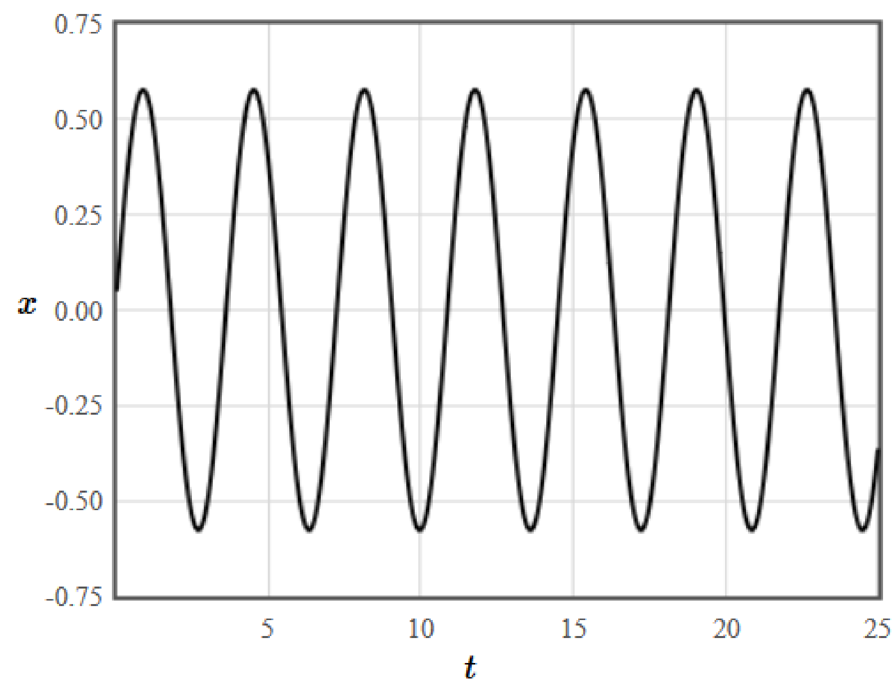
Anfangsbedingungen:

$x(t_0) =$ 0 $\Delta t =$ 0.05

$v_x(t_0) =$ 1 N_{steps} 500

$t_0 =$ 0 Graphische Darstellung: x vs. t

Absenden



$$F = m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv_x}{dt} = -\frac{k}{m}x$$

Massa - Feder mit Reibung

Numerisches Lösen von Differentialgleichungen 2. Ordnung

$\frac{dx}{dt} =$ vx

$\frac{dv_x}{dt} =$ -3*x-0.1*vx

Anfangsbedingungen:

$x(t_0) =$ 0 $\Delta t =$ 0.05

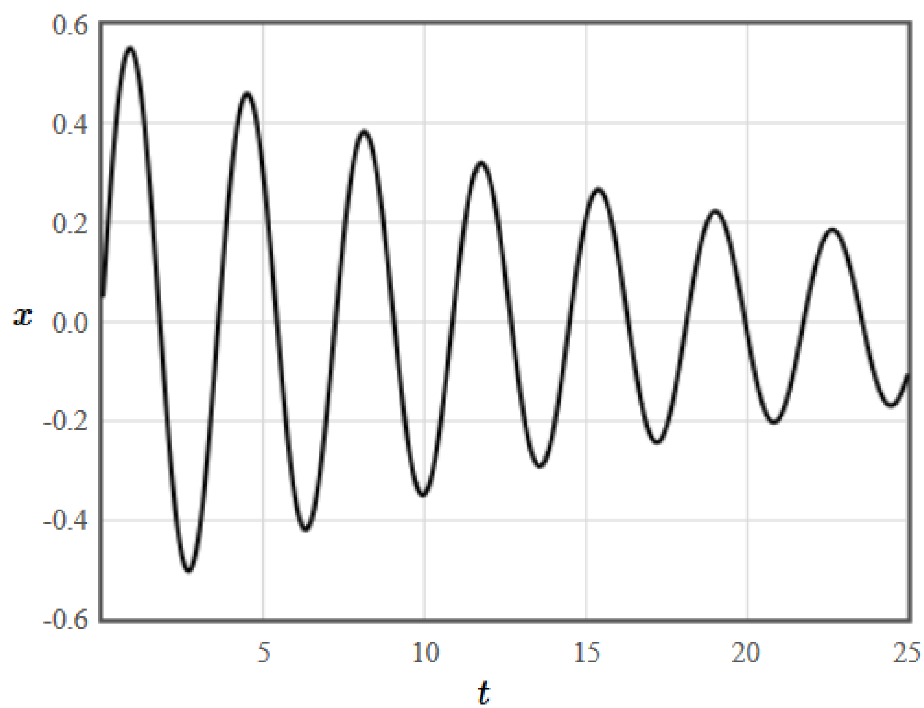
$v_x(t_0) =$ 1 N_{steps} 500

$t_0 =$ 0 Graphische Darstellung: x vs. t

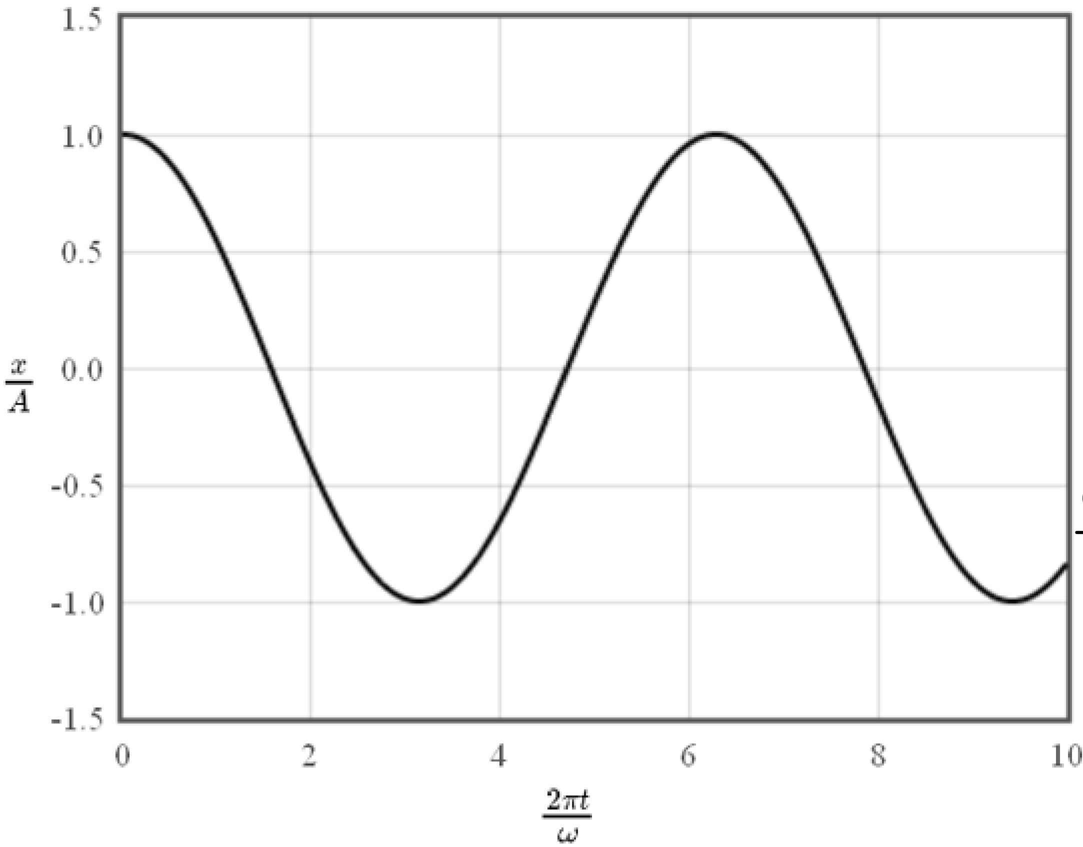
Absenden

$$F = m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - av_x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv_x}{dt} = -\frac{k}{m}x - \frac{a}{m}v_x$$



Harmonische Bewegung



Radiant

$$x = A\cos\left(2\pi ft\right)$$

$$\frac{dx}{dt} = -2\pi fA\sin\left(2\pi ft\right)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\left(2\pi f\right)^2 A\cos\left(2\pi ft\right)$$

$$F_x = ma = -m\left(2\pi f\right)^2 A\cos\left(2\pi ft\right) = -m\left(2\pi f\right)^2 x$$

$$F_x \propto f^2$$

Lineare Federkraft: