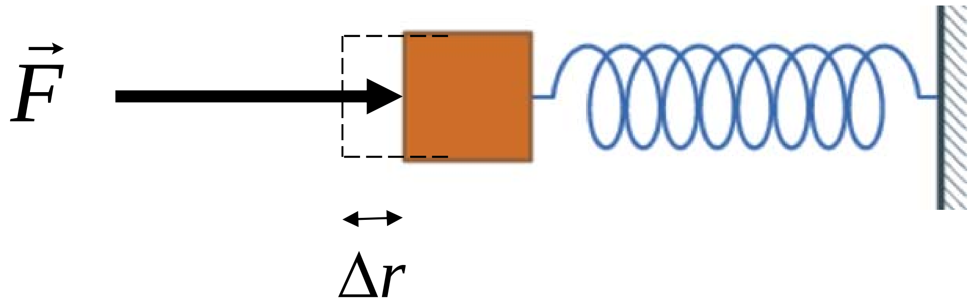
Arbeit

Arbeit

$$\text{Arbeit} = \text{Kraft} \times \text{Abstand}$$

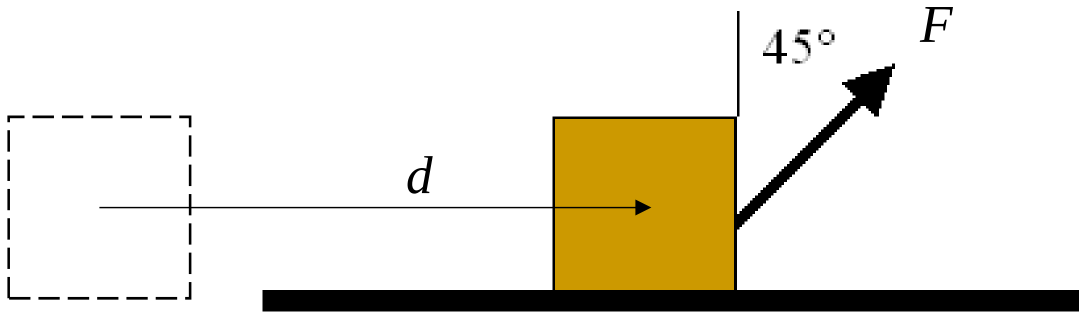


$$\Delta W = F\,\Delta r$$

$$[\text{Nm}] = \left[\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}\right]\text{m} = \left[\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}\right] = \text{J}$$

Kinetische Energie: $\frac{1}{2} m v^2 = \left[\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}\right]$ Potentielle Energie: $m g \Delta y = \left[\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}\right]$

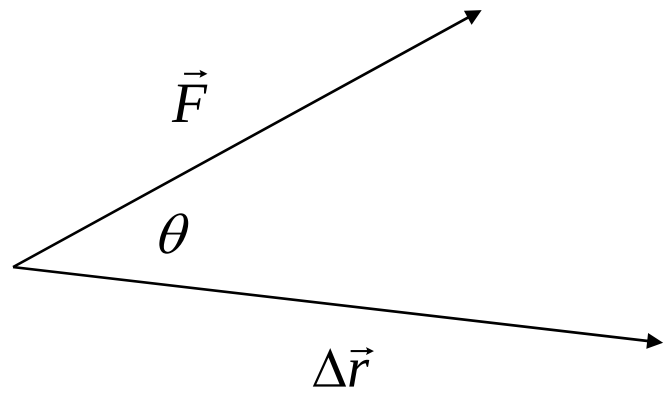
Arbeit



W ?

Skalarprodukt

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = \left|\vec{F}\right| \left|\Delta\vec{r}\right| \cos\theta = F_x \Delta r_x + F_y \Delta r_y + F_z \Delta r_z$$



Verrichtete Arbeit durch konstante Kraft

Ein Objekt bewegt sich geradlinig von Position

$$\vec{r}_1 = 9\hat{x} - 6\hat{y} + 2\hat{z} \quad [\mathrm{m}]$$

zu Position

$$\vec{r}_2 = 6\hat{x} - 5\hat{y} + 2\hat{z} \quad [\mathrm{m}],$$

während eine konstante Kraft

$$\vec{F} = 3\hat{x} + 7\hat{y} + 5\hat{z} \quad [\mathrm{N}].$$

auf das Objekt wirkt. Welche Arbeit wird durch diese Kraft verrichtet (die Arbeit kann negativ sein) ?

$W =$ ____ [J] Lösung

W = 3(6-9)+7(-5+6)+5(2-2) = -2 [J].

Arbeit

$$\boxed{W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}}$$

$$\vec{F} = F_x\ \hat{x} + F_y\ \hat{y} + F_z\ \hat{z}$$

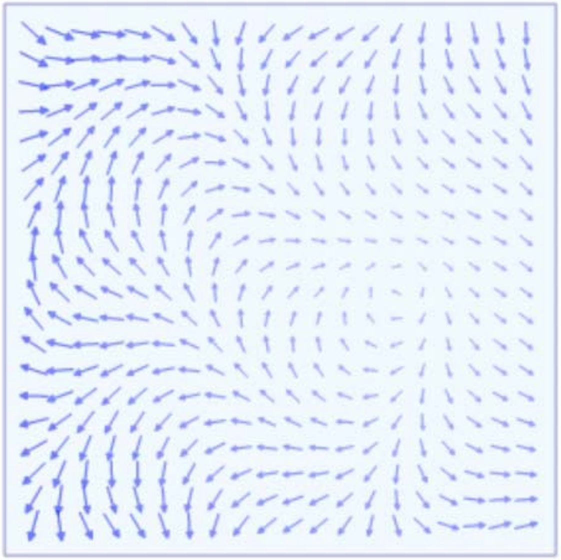
$$d\vec{r} = dx\ \hat{x} + dy\ \hat{y} + dz\ \hat{z}$$

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

$$\boxed{W = \int F_x dx + \int F_y dy + \int F_z dz}$$

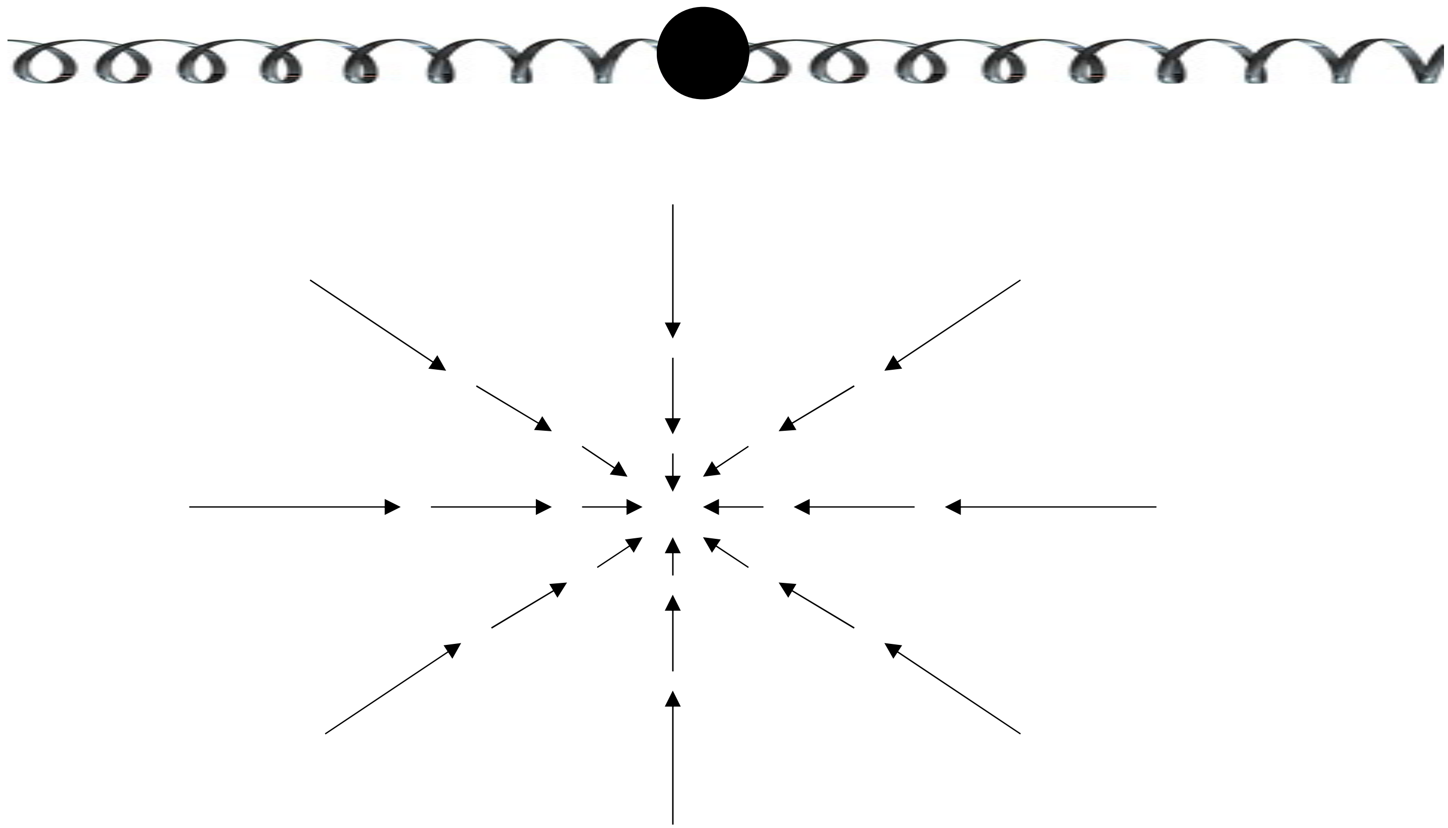
Arbeit

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$



http://en.wikipedia.org/wiki/Line_integral

Kraftveld



$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \qquad (1)$$

$\vec{F}(\vec{r}), \vec{r}$ bekannt

$$W = \int F_x(x)dx + \int F_y(y)dy + \int F_z(z)dz$$

Nichtlineare Feder

Die Kraft, die für das Zusammendrücken einer nichtlinearen Feder um die Strecke x benötigt wird, ist:

$$\vec{F} = 823x^{1.5}\hat{x} \quad [\mathrm{N}],$$

wobei x in Metern angegeben ist. Wieviel Arbeit wird verrichtet, wenn eine ursprünglich entspannte Feder um 7 Zentimeter zusammengedrückt wird?

$W =$ [J] Lösung

Die Arbeit ist das Integral des inneren Produktes (Skalarproduktes) aus der Kraft und der zurückgelegten Entfernung:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

Da die Bewegung nur in x-Richtung erfolgt, gilt

$$W = \int F_x dx = \int_0^{0.07} 823x^{1.5} dx = \frac{823}{2.5}\, x^{2.5}\Big|_0^{0.07}.$$

$$W = 0.427 \text{ [J]}.$$

Dieses Integral kann auch numerisch bestimmt werden. Geben Sie 823*pow(x,1.5) in das Textfeld auf der APP Numerische Integration ein und scrollen Sie herab, um das Integral der Funktion zu finden.

511.015 Physik M

en

- Lehrplan
- Bücher
- Formel Sammlung
- Fähigkeiten
- Apps
- Testfragen
- Vorlesungen

Numerische Integration und Differentiation

Diese Seite enthält einige Funktionen zur numerischen Integration und Differentiation. Ein Funktion $f(x)$ kann spezifiziert werden durch (i) Eingabe eines Ausdrucks in das obige Feld oder durch (ii) Einfügen zweier Datenspalten in die Textbox oben links.

Bei Click auf den "Fill table" Button wird der eingegebene Ausdruck benutzt, um die Tabelle mit 300 Werten $f(x)$ für äquidistante Argumente zwischen x_1 and x_2 zu befüllen.

Bei Click auf den "calculate from table" Button werden die Daten in einem Graph dargestellt (rechts).

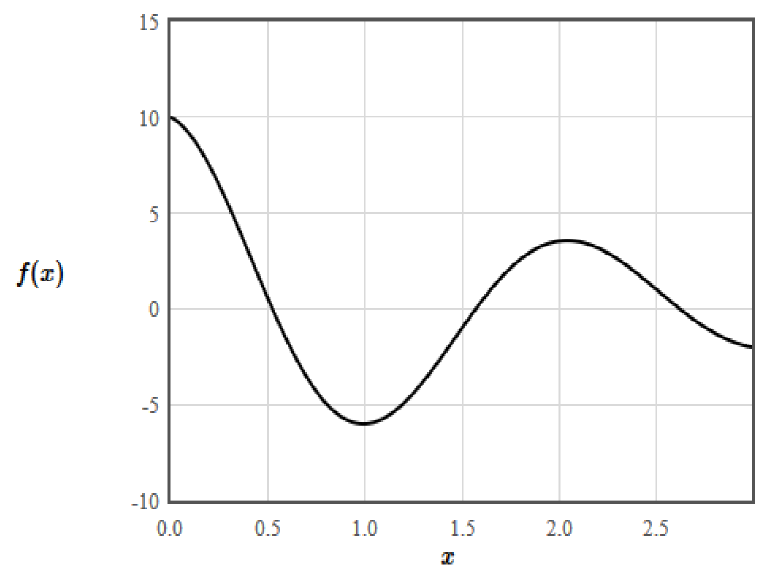
Unter den Werten und dem Graphen von $f(x)$ werden die Werte der ersten, $\frac{df}{dx}$, und der zweiten Ableitung $\frac{d^2f}{dx^2}$ tabulliert und graphisch dargestellt. Unterhalb der Ableitungen wird das Integral von $f(x)$ sowie das Integral letzteren Integrals gezeigt. Die Routine zur Integration geht davon aus, daß die Meßdaten im Intervall Δx äquidistant sind.

$f(x) =$ 3*sin(pi*x) ?

Fill table from $x_1 =$ 0 to $x_2 =$ 1.

x	$f(x)$
0	10
0.01	9.945647572
0.02	9.882682786
0.03	9.811249286
0.04	9.731497077
0.05	9.64358233
0.06	9.547667174
0.07	9.443919485
0.08	9.332512681
0.09	9.2136255
0.1	9.087441788

calculate from table   Punkt ↔ Komma



Benötigte Arbeit um ein Elektron zu bewegen

Welche Arbeit wird benötigt, um ein Elektron von der Position

$$\vec{r}_1 = 2\hat{x} + 4\hat{y} + 6\hat{z} \quad [\mathrm{m}]$$

zur Position

$$\vec{r}_2 = -4\hat{x} + 8\hat{y} + 3\hat{z} \quad [\mathrm{m}]$$

in einem elektrischen Feld

$$\vec{E} = -6x\hat{x} - 9\hat{y} - 9z^2\hat{z} \quad [\mathrm{V/m}] \text{ zu bewegen?}$$

Die Kraft auf das Elektron lautet $-e\vec{E}$, wobei $-e = -1.6022 \times 10^{-19}$ C die Ladung des Elektrons ist.

$W =$ ______ [J] Lösung

Im Allgemeinen ist die Arbeit das Integral des inneren Produktes (Skalarproduktes) aus der Kraft und der zurückgelegten Entfernung:

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int_2^{-4} 6ex\,dx - \int_4^8 9e\,dy - \int_6^3 9ez^2\,dz.$$

$$W = -\left.\frac{6ex^2}{2}\right|_2^{-4} - 9ey|_4^8 - \left.\frac{9ez^3}{3}\right|_6^3.$$

$$W = 7.93 \times 10^{-17} \text{ [J]}.$$

Die Arbeit ist positiv, wenn sich das Elektron gegen die elektrostatische Kraft bewegt. Die Arbeit ist negativ, wenn es sich in die Richtung der elektrostatischen Kraft bewegt. Überprüfen Sie die Vorzeichen Ihrer Antwort.

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \qquad (2)$$

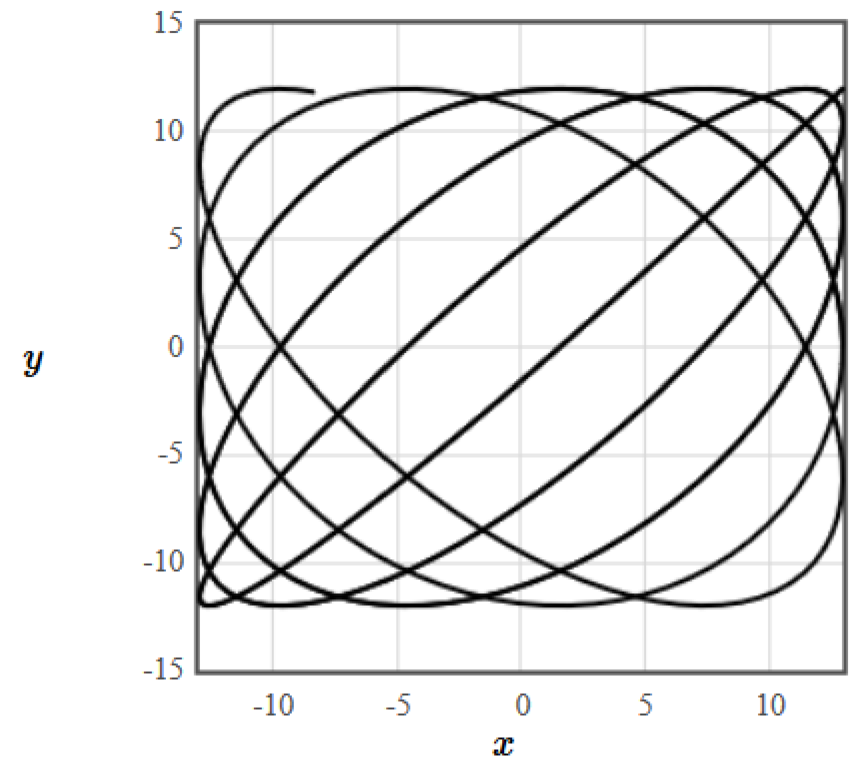
$\vec{F}(t), \vec{r}(t),$ ist bekannt

$$W = \int F_x(t) v_x(t) dt + \int F_y(t) v_y(t) dt + \int F_z(t) v_z(t) dt$$

Arbeit gegen eine Reibungskraft(2)

Der Ortsvektor eines Teilchens ist gegeben durch:

$$\vec{r}(t) = 13\cos(12t)\hat{x} + 12\sin(13t)\hat{y} \quad [\mathrm{m}]$$



12*13=156

Mit t der Zeit in Sekunden.Das Teilchen bewegt sich durch eine viskose Flüssigkeit entgegen einer Reibungskraft $\vec{F} = -|\vec{v}|\vec{v}$. Wie groß ist die benötigte Arbeit um das Teilchen zwischen der Zeit $t = 0$ Sekunden und $t = 4$ Sekunden zu bewegen?

$W =$ [J] Submit

$$\vec{r}(t) = 13\cos(12t)\hat{x} + 12\sin(13t)\hat{y}$$

$$\vec{v}(t) =$$

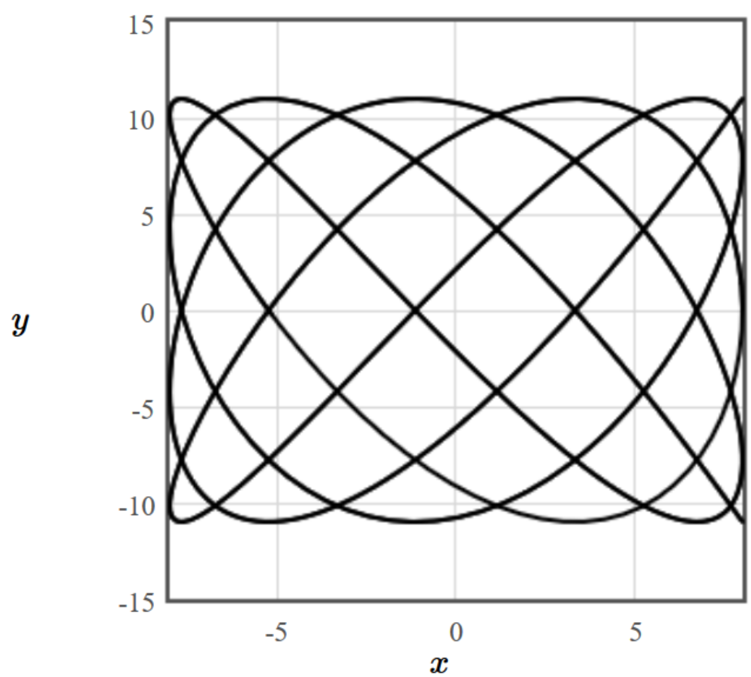
$$\vec{F} = \left|\vec{v}(t)\right|\vec{v}(t) =$$

Kurvenintegral

Zurückgelegter Weg

Ein Käfer krabbelt entlang einer Lissajous-Kurve. Der Ortsvektor in Abhängigkeit der Zeit ist gegeben durch:

$$\vec{r}(t) = 8\cos(8t)\hat{x} + 11\sin(11t)\hat{y} \quad [\mathrm{m}]$$



$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = -64\sin(8t)\hat{x} + 121\cos(11t)\hat{y}.$$

$$|\vec{v}(t)| = \sqrt{(-64\sin(8t))^2 + (121\cos(11t))^2}$$

$$d = \int_0^6 |\vec{v}|dt.$$

mit t der Zeit in Sekunden. Berechnen Sie die Entfernung die der Käfer zwischen $t = 0$ und $t = 6$ s zurückgelegt hat.

$d =$ ______ [m] Lösung