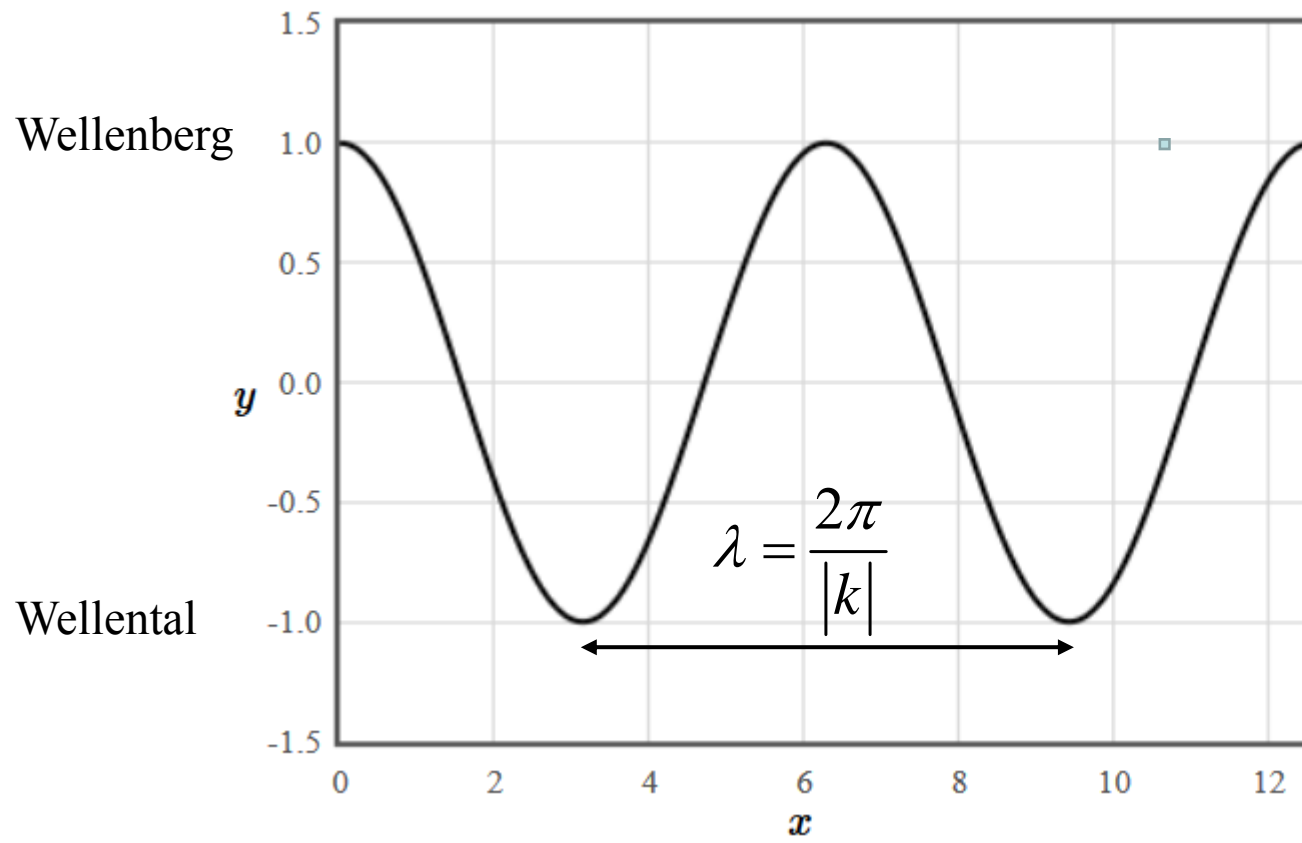


20. Wellen

Wellenzahl

$$y = A \cos(kx - \omega t + \varphi)$$

Wellenzahl [rad/m]



Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$\omega^2 = c^2 k^2$$

jede Funktion der Form

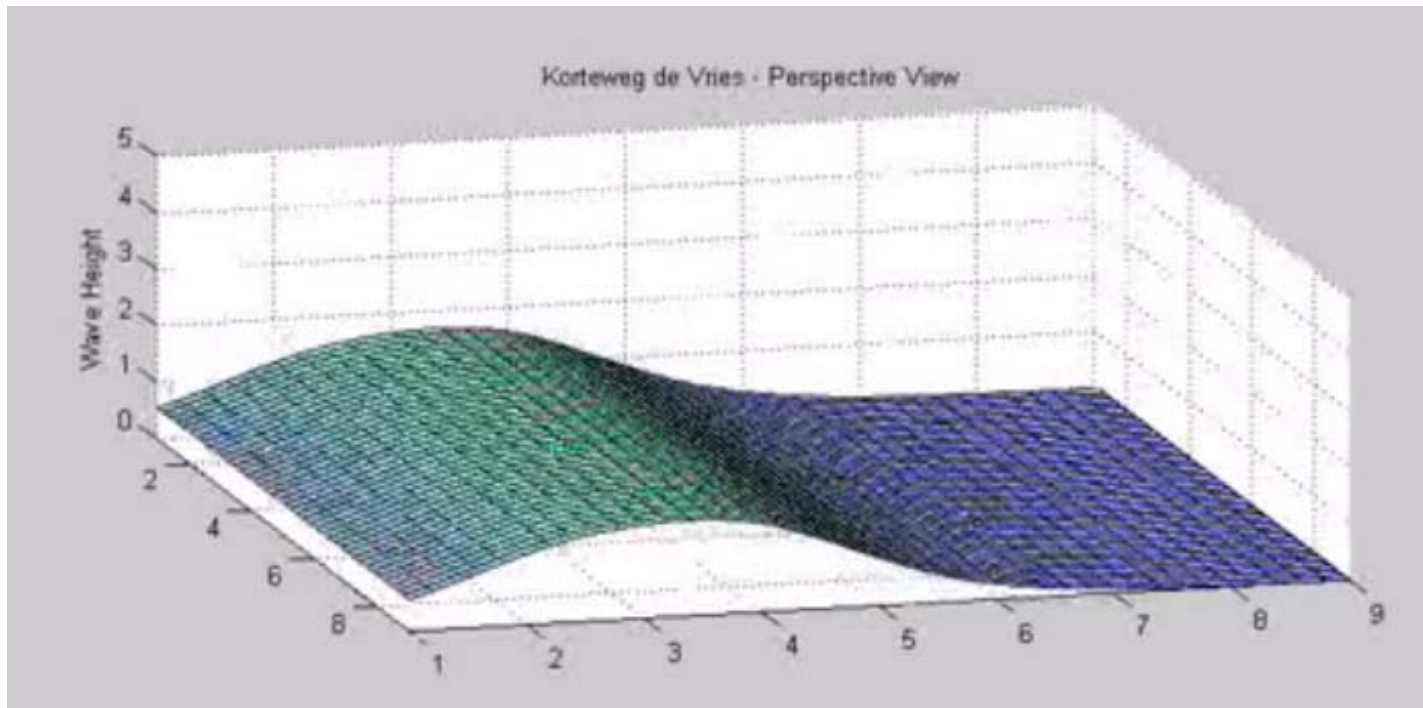
$$y = f(kx - \omega t + \varphi)$$

löst das Wellengleichung

Korteweg-de-Vries-Gleichung

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} + 6y \frac{\partial y}{\partial x} = 0$$

Die Korteweg-de-Vries-Gleichung (KdV) ist eine nichtlineare partielle Differentialgleichung zur Analyse von Flachwasserwellen



jede Funktion der Form $y = f(kx - \omega t + \varphi)$ löst das Wellengleichung

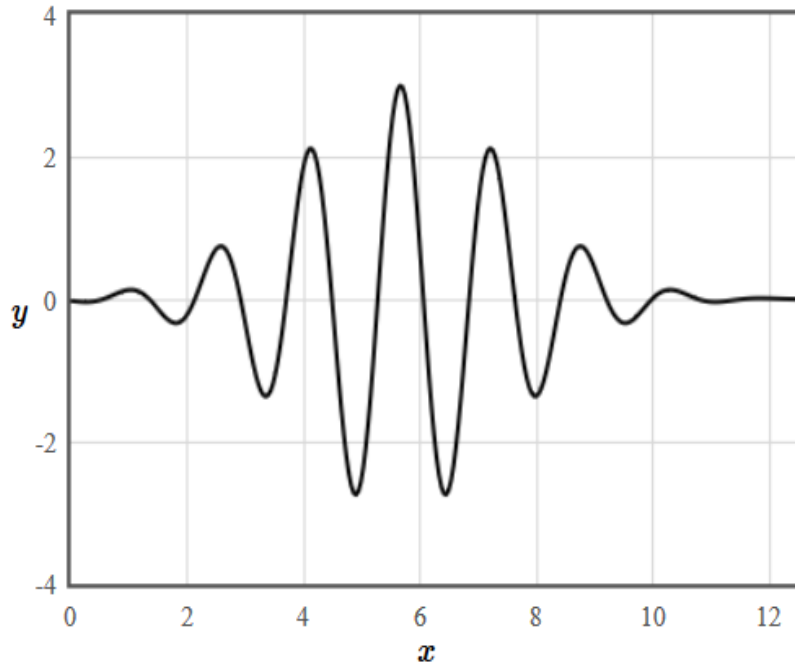


Solitärwelle

Eine Solitärwelle wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$y = A \exp(-\alpha(kx - \omega t + \varphi)^2) \cos(kx - \omega t + \varphi).$$

Ist $k\omega > 0$, bewegt sich die Welle in $+x$ -Richtung und bei $k\omega < 0$ in die $-x$ Richtung. Die Wellengeschwindigkeit ist $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \frac{\omega}{k}$.



$A = 3.00$ [m] - +

$\alpha = 0.00900$ - +

$k = 4.00$ [rad/m] - +

$\omega = 0.300$ [rad/s] - +

$\varphi = 0.00$ [rad] - +

$$\lambda = \frac{2\pi}{|k|} = 1.57 \text{ [m]}$$

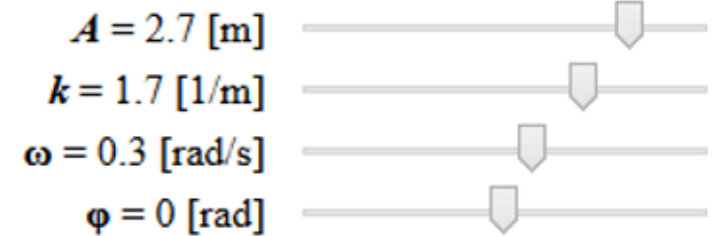
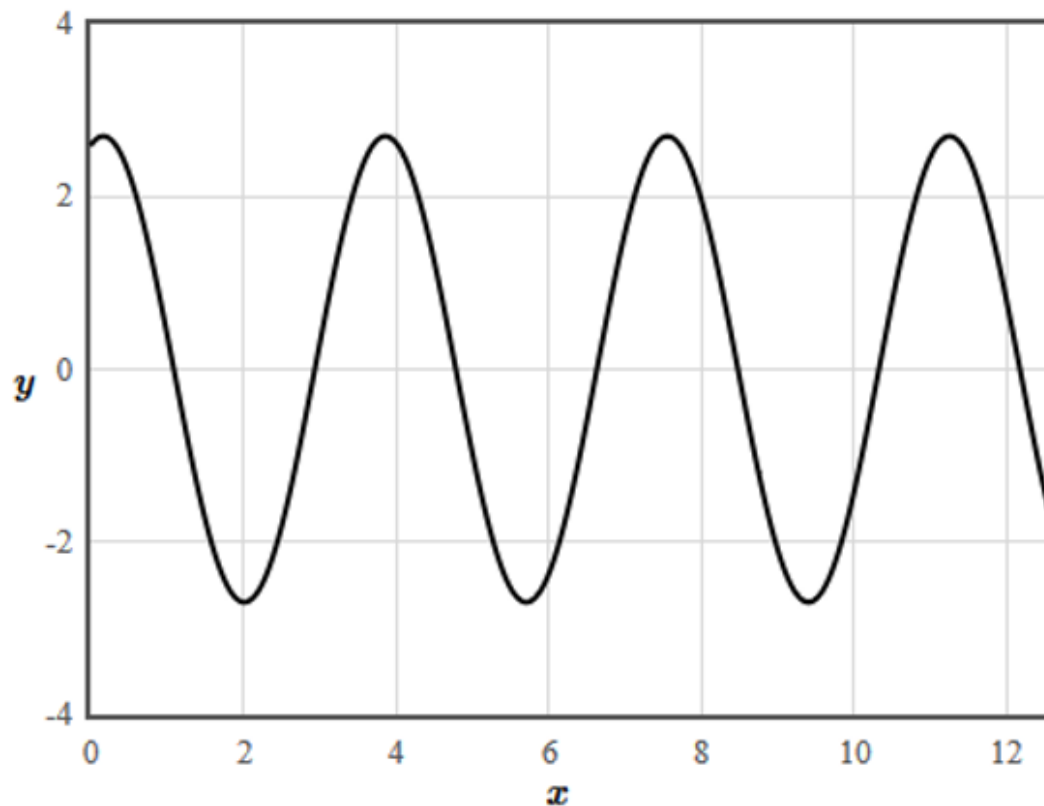
$$T = \frac{2\pi}{|\omega|} = 20.9 \text{ [s]}$$

$$c = \frac{\omega}{k} = 0.0750 \text{ [m/s]}$$

$$t = 75.5$$

restart at t = 0

harmonischen Wellen sind die Eigenmoden der Wellengleichung



$$\lambda = \frac{2\pi}{|k|} = 3.70 \text{ [m]}$$

$$T = \frac{2\pi}{|\omega|} = 20.9 \text{ [s]}$$

$$t = 21.9$$

Solitärwelle

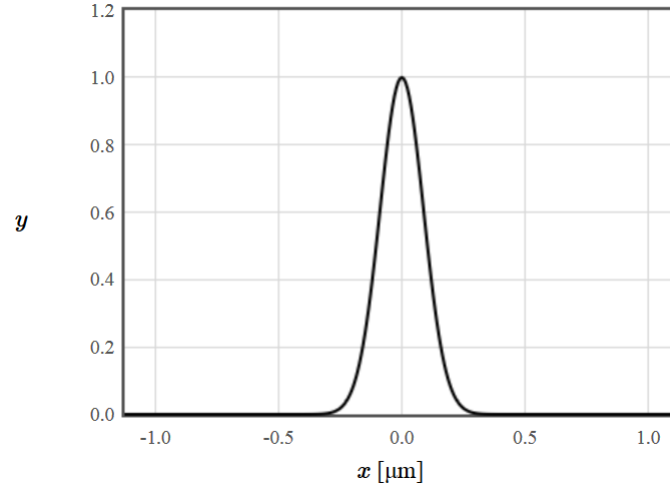
Eine Solitärwelle wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$y = \exp(-(8x - 2t)^2) \text{ [m]}.$$

Hier ist t die in Sekunden angegebene Zeit und x ist Metern gegeben.

Argument $8x - 2t$ ist 0 bei

$$x = \frac{t}{4}$$



Kettenregel

$$\frac{d}{dx} e^{f(x)} = \frac{df(x)}{dx} e^{f(x)}$$

Wie lautet die Wellengeschwindigkeit?
(Die Geschwindigkeit kann negativ werden.)

$$v = \text{[]} \text{ [m/s]}$$

Welchen Maximalwert kann $\frac{\partial y}{\partial t}$ annehmen?

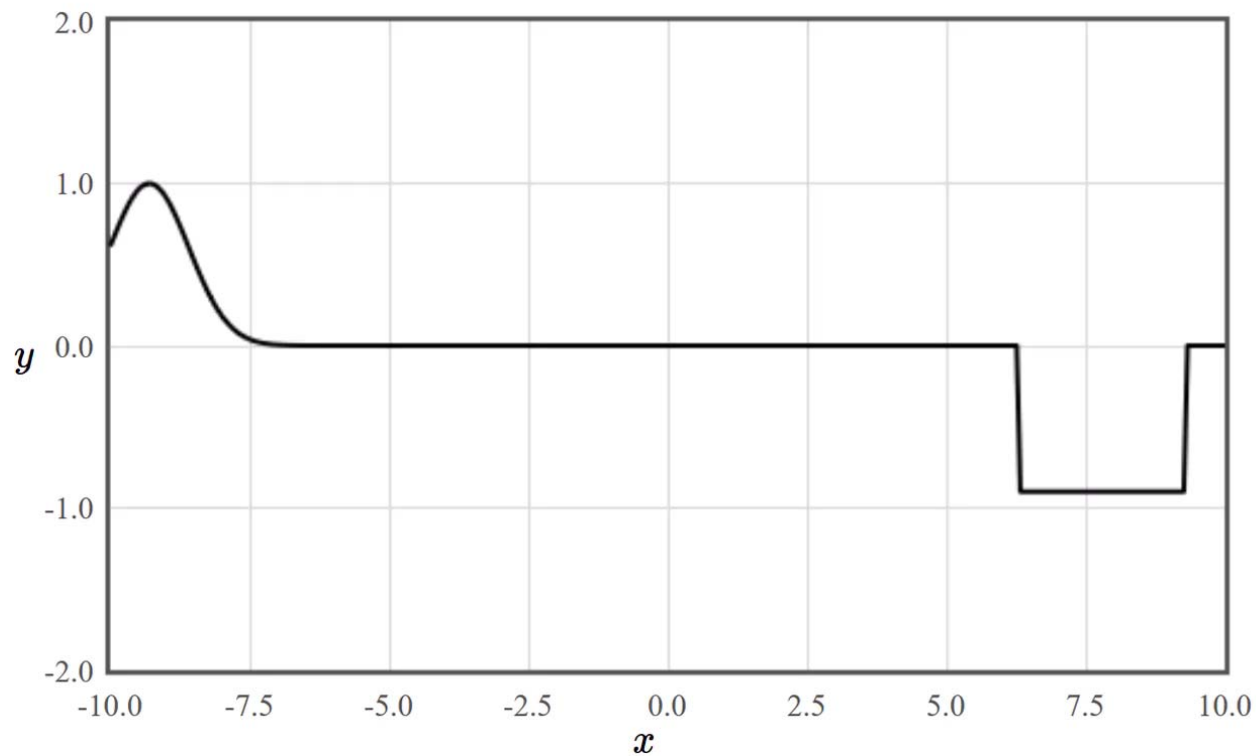
$$\frac{\partial y}{\partial t} = \text{[]} \text{ [m/s]}$$

Welchen Maximalwert kann $\frac{\partial y}{\partial x}$ annehmen?

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \text{[]}$$

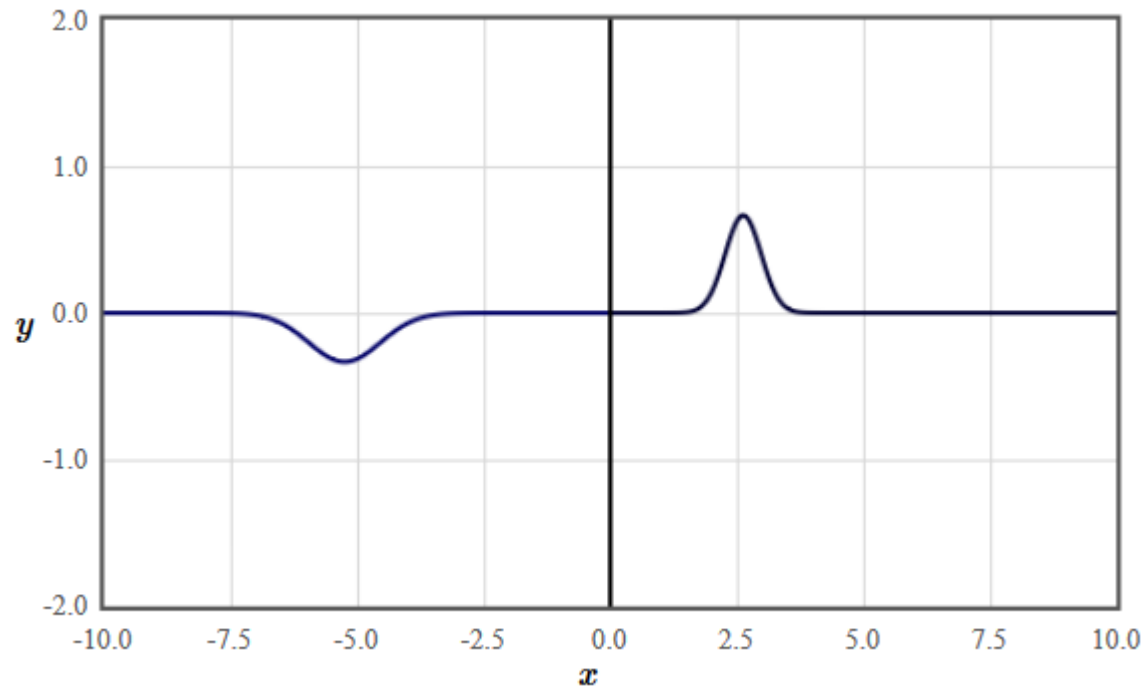
Superpositionsprinzip

die Summe von zwei Lösungen für die Wellengleichung ist auch eine Lösung für die Wellengleichung



<http://lampx.tugraz.at/~hadley/physikm/apps/superposition/superposition.en.php>

reflektierten und durchgelassenen Wellen



$$A_r = A_i \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1}$$

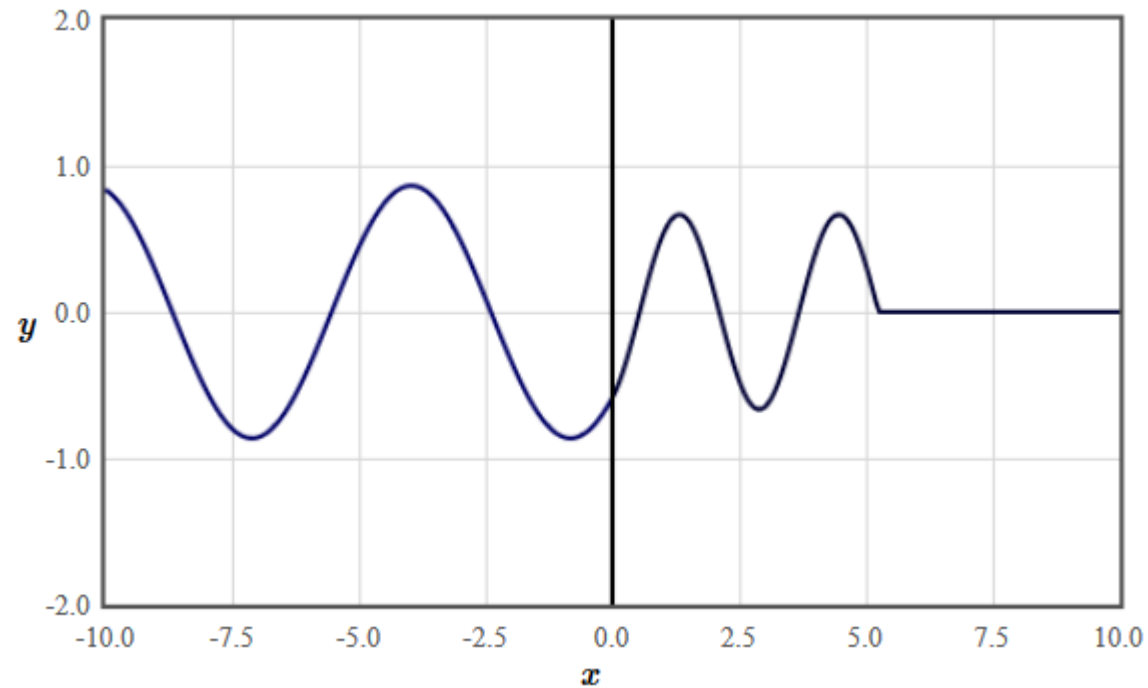
$$A_t = A_i \frac{2c_2}{c_2 + c_1}$$

A_i - einfallenden Welle

A_r - reflektierte Welle

A_t - durchgelassenen Welle

reflektierten und durchgelassenen Wellen



$$A_r = A_i \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1}$$

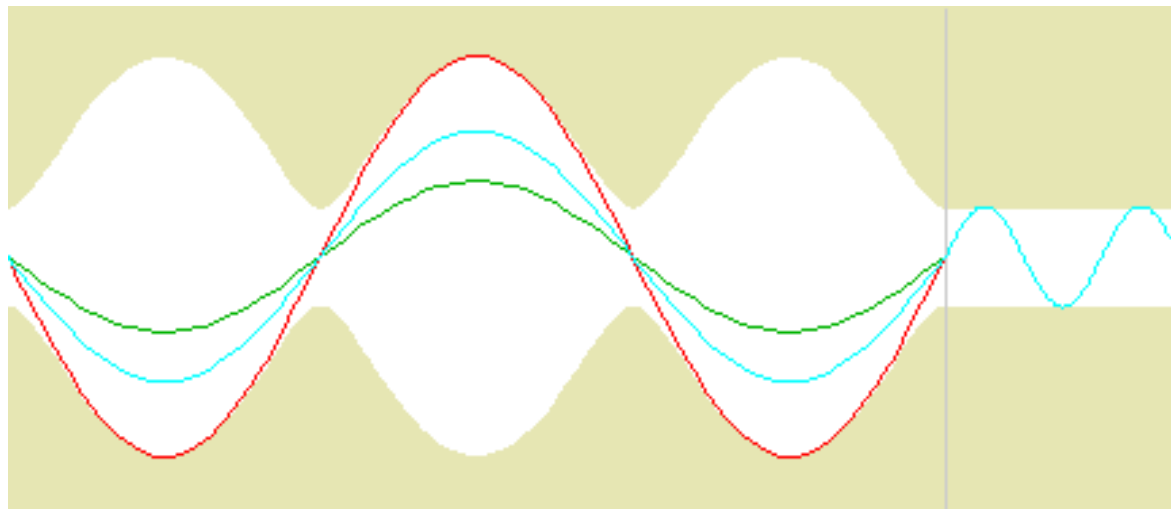
$$A_t = A_i \frac{2c_2}{c_2 + c_1}$$

A_i - einfallenden Welle

A_r - reflektierte Welle

A_t - durchgelassenen Welle

stehende Welle, die auf einem Wellenleiter durch Reflexion entsteht



http://de.wikipedia.org/wiki/Stehwellenverh%C3%A4ltnis#mediaviewer/File:Standing_wave_SWR_4_%28forward,_reflected%29_open.gif