10. Elektrizität

9 Nov. 2018

Elektrostatik

$$\rho$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho(\vec{r}\,')}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|^3}(\vec{r}-\vec{r}\,')d^3r'$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E}$$

$$\varphi = -\int \vec{E}\cdot d\vec{r} + \varphi_0$$

$$\vec{E} = -\nabla\varphi$$

$$\varphi$$

elektrische Kraft

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = q \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$E_{pot} = -W = -q \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = q\varphi$$

Elektrostatik

$$\rho$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho(\vec{r}\,')}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|^3}(\vec{r}-\vec{r}\,')d^3r' \qquad \nabla\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E}$$

$$\varphi = -\int \vec{E}\cdot d\vec{r} + \varphi_0 \qquad \vec{E} = -\nabla\varphi$$

$$\varphi$$

Gaußsches Gesetz

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Divergenz

elektrische Feldkonstante

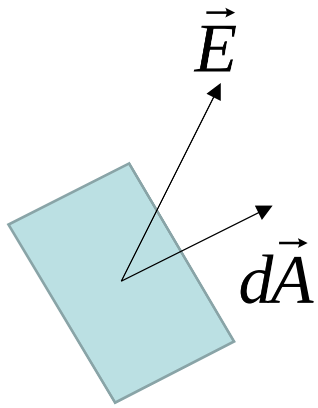
$$8.854187817 \times 10^{-12} \quad \frac{\mathrm{A\ s^4}}{\mathrm{kg\ m^3}}$$

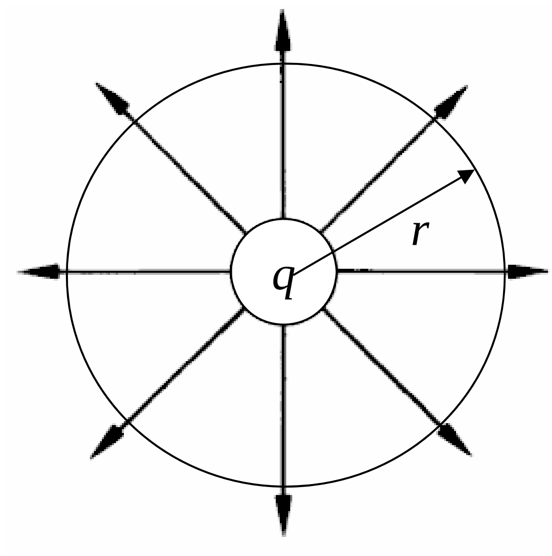
$$\nabla \cdot \vec{E} = \mathrm{div}\ \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Gaußsches Gesetz

$$\iint_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



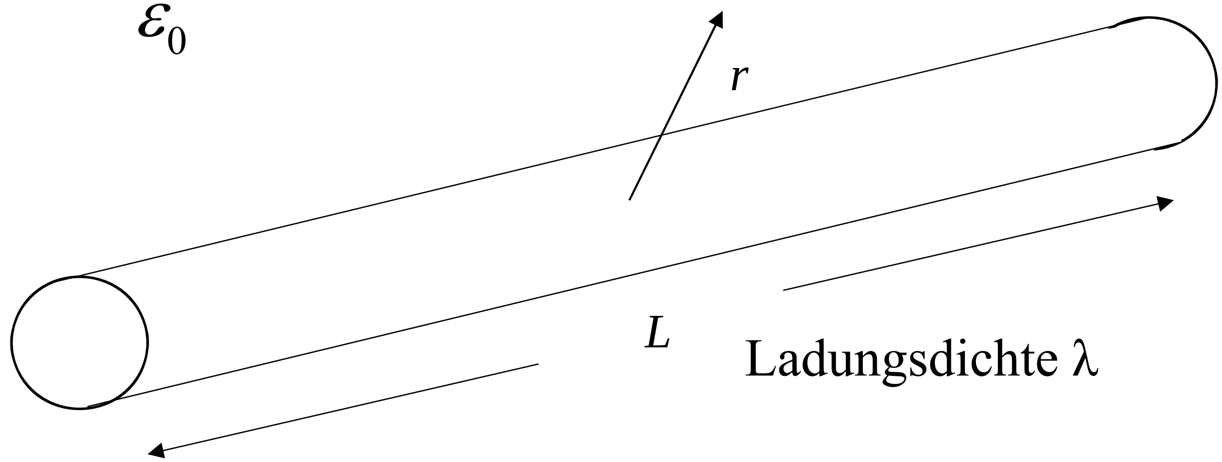


Elektrisches Feld × Oberfläche = $$E(r)\times 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

Gaußsches Gesetz

$$\iint_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



Ladungsdichte λ

Elektrisches Feld × Oberfläche = $$E(r)\times 2\pi r L = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r} \qquad \varphi = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(r)$$

Elektrisches Feld einer Ladungsverteilung auf einer gekrümmten Linie

Gegeben sei ein Draht der Länge L mit einer uniformen Ladungsdichte λ. Dieser Draht kann in verschiedene Formen gebogen werden. Das elektrostatische Potential φ, welches durch den Draht aufgebaut wird, kann bestimmt werden, indem der Draht in kurze Segmente geteilt wird und Beiträge aller Segmente aufsummiert werden. Die Segmente haben eine Länge Δs und eine Ladung $\Delta q = \lambda\Delta s$. Deren Beitrag zum elektrostatischen Potential an der Position $\vec{r}$ ist:

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta q}{4\pi\epsilon_0|\vec{r}-\vec{r}_i|} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta q}{4\pi\epsilon_0\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2}} \text{ [V].}$$

Hier sind $\vec{r}_i = x_i\hat{x} + y_i\hat{y} + z_i\hat{z}$ die Positionen der Punktladungen entlang des Drahts. Die Beziehung zwischen elektrischem Feld und elektrostatischem Potential ist $\vec{E} = -\nabla\varphi = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\hat{x} - \frac{\partial\varphi}{\partial y}\hat{y} - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\hat{z}$.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{4\pi\epsilon_0|\vec{r}-\vec{r}_i|^3} \text{ [V/m]}$$

Das elektrische Feld lautet in x, y und z Koordinaten:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{q_i(x-x_i)}{4\pi\epsilon_0\left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}\hat{x} + \frac{q_i(y-y_i)}{4\pi\epsilon_0\left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}\hat{y} + \frac{q_i(z-z_i)}{4\pi\epsilon_0\left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}\hat{z} \right] \text{ [V/m].}$$

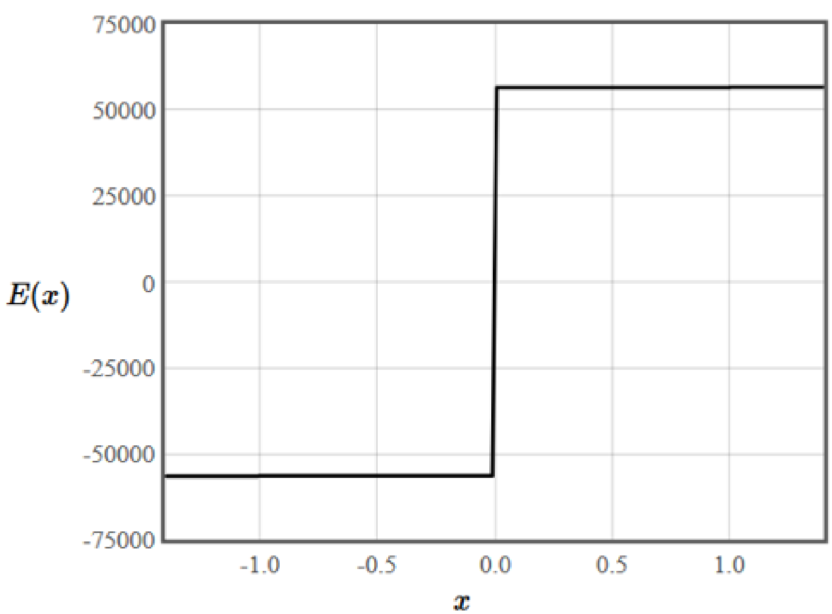
Die Lage und Form des Drahtes kann mit einer parametrischen Gleichung unter Verwendung eines Parameters s, der die Distanz entlang des Drahtes mißt, festgelegt werden. Beispielsweise wird ein gerader Draht von $\vec{r}_1$ nach $\vec{r}_2$ beschrieben durch:

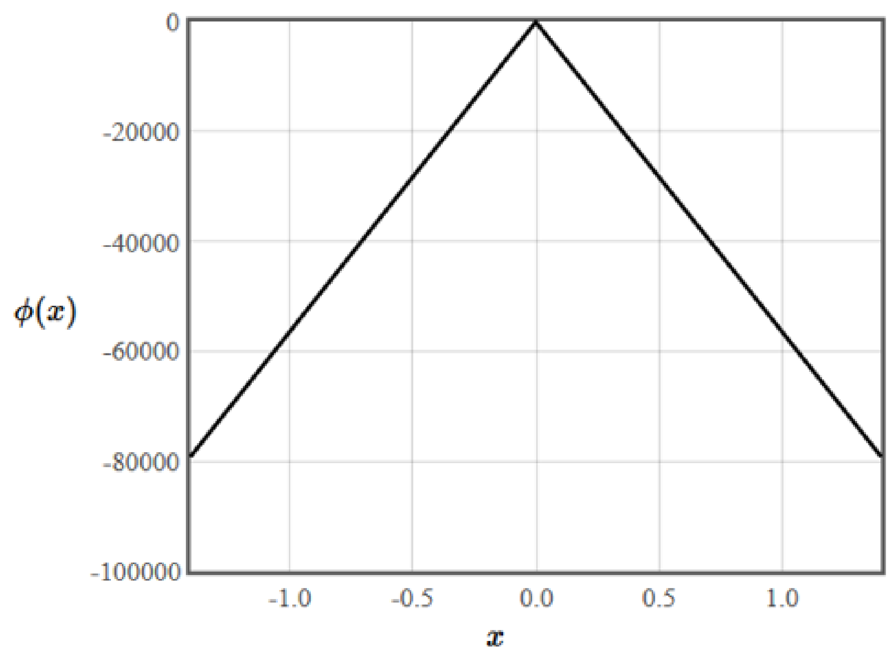
$$\vec{r}_{wire} = (r_{1x} + s(r_{2x} - r_{1x}))\hat{x} + (r_{1y} + s(r_{2y} - r_{1y}))\hat{y} + (r_{1z} + s(r_{2z} - r_{1z}))\hat{z} \quad \text{mit } s = [0,1].$$

eine Platte

$$E_x(x) = \frac{\operatorname{sgn}(x - x_0)\sigma}{2\epsilon_0}\ \text{[V/m]},$$

$$\varphi(x) = \frac{-|x - x_0|\sigma}{2\epsilon_0}\ \text{[V]}.$$

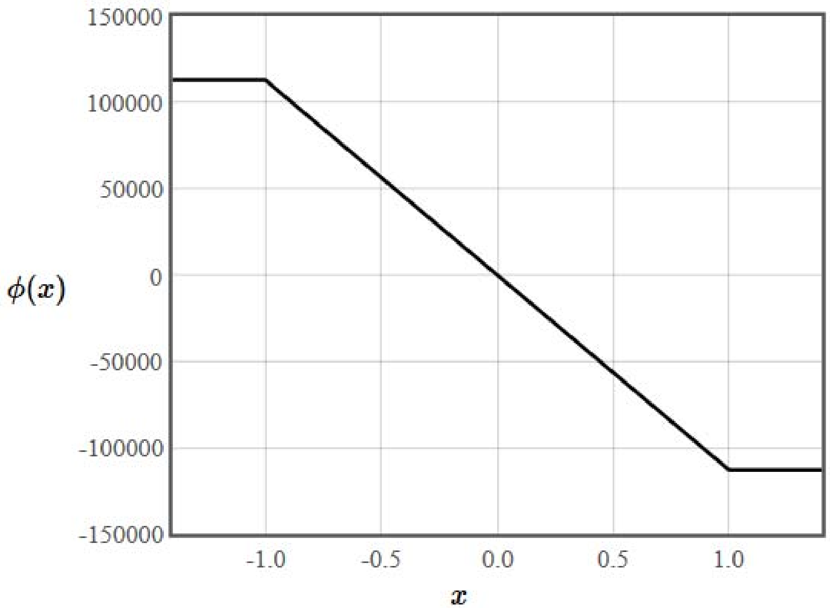


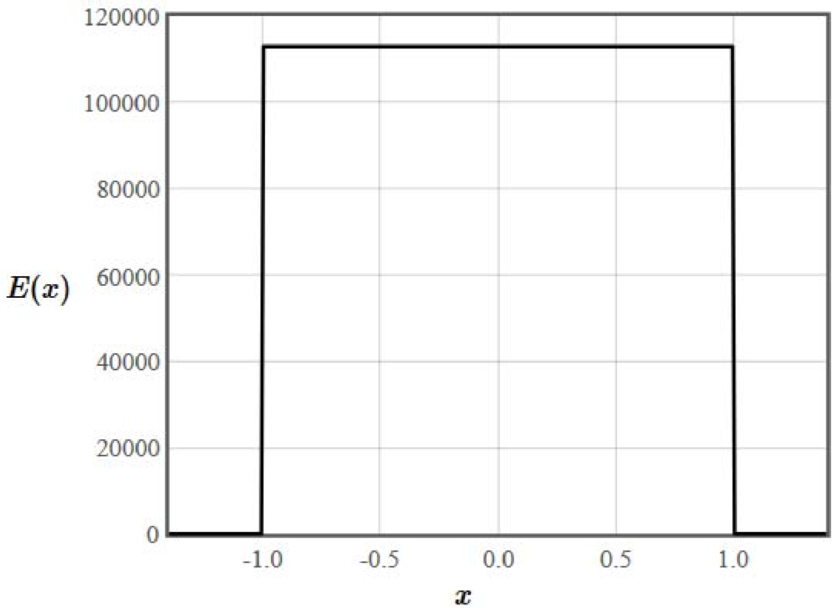


parallen Platten

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^{N} \frac{-|x-x_i|\sigma_i}{2\epsilon_0} \text{ [V]}.$$

$$E_x(x) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\text{sgn}(x-x_i)\sigma_i}{2\epsilon_0} \text{ [V/m]}$$

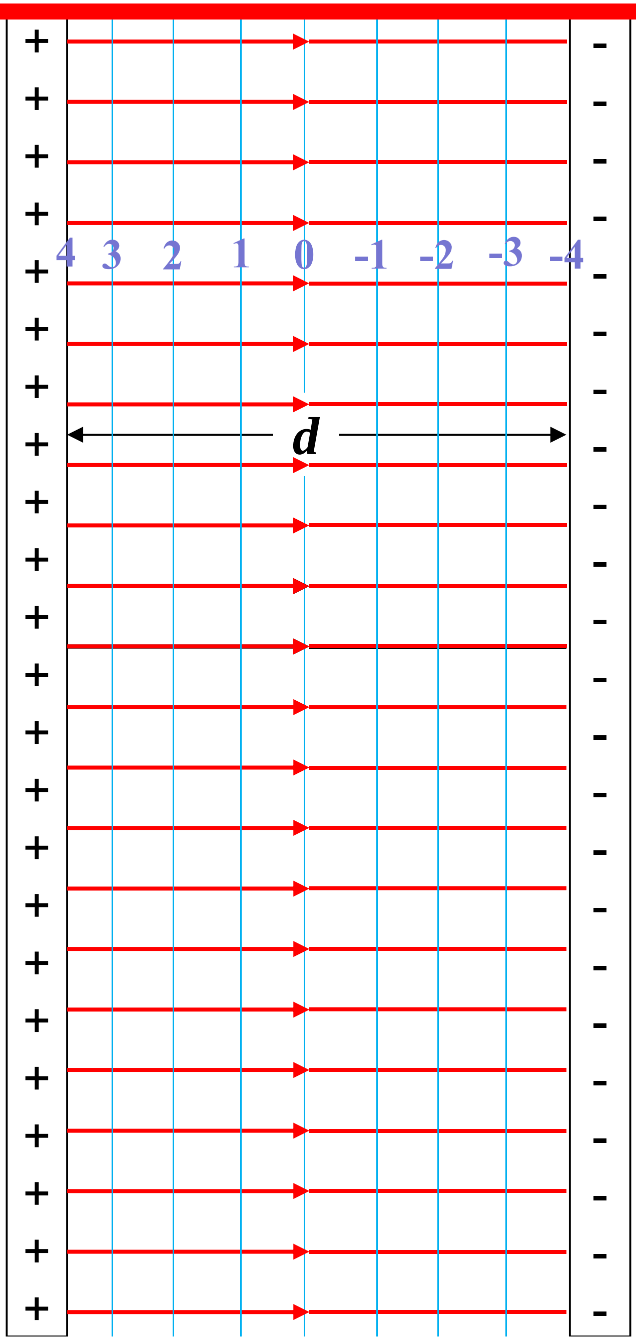




parallen Platten

$$\varphi_{links} = 4 \text{ [V]}$$

$$\varphi_{rechts} = -4 \text{ [V]}$$



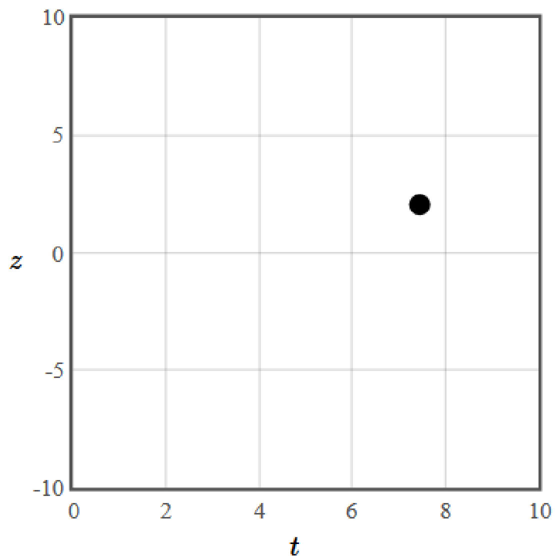
$$V = \varphi_{links} - \varphi_{rechts}$$
$$= 8 \text{ [V]}$$

$$\vec{E} = -\nabla \varphi$$
$$= -\frac{\partial \varphi}{\partial x}\hat{x}$$
$$= \frac{V}{d}\ \hat{\mathrm{x}} \text{ [V/m]}$$

Outline
Formulas
Skills
Apps
Exam questions

Motion of a Charged Particle in a Constant Electric Field

The motion of a particle with charge q and mass m in a constant electric field $\vec{E}$ is described by,



$z_0 = 0$ m $\quad m = 1$ kg

$qE_z =$ -1.00 [N] - +

$v_{z0} =$ 4.00 [N] - +

restart

+ -

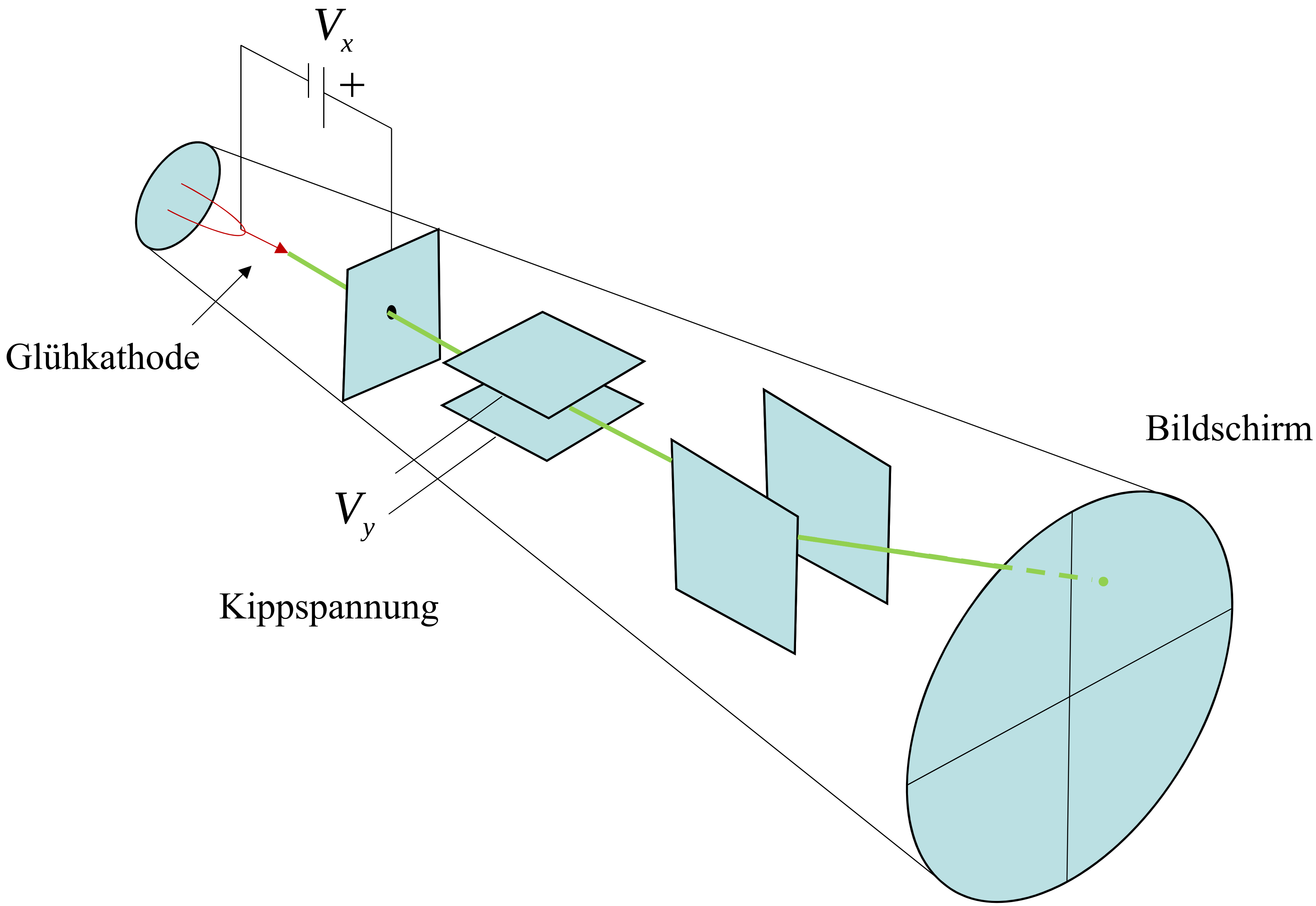
$$\vec{r} = \left(x_0 + v_{x0}t + \frac{qE_x}{2m}t^2\right)\hat{x} + \left(y_0 + v_{y0}t + \frac{qE_y}{2m}t^2\right)\hat{y} + \left(z_0 + v_{z0}t + \frac{qE_z}{2m}t^2\right)\hat{z},$$

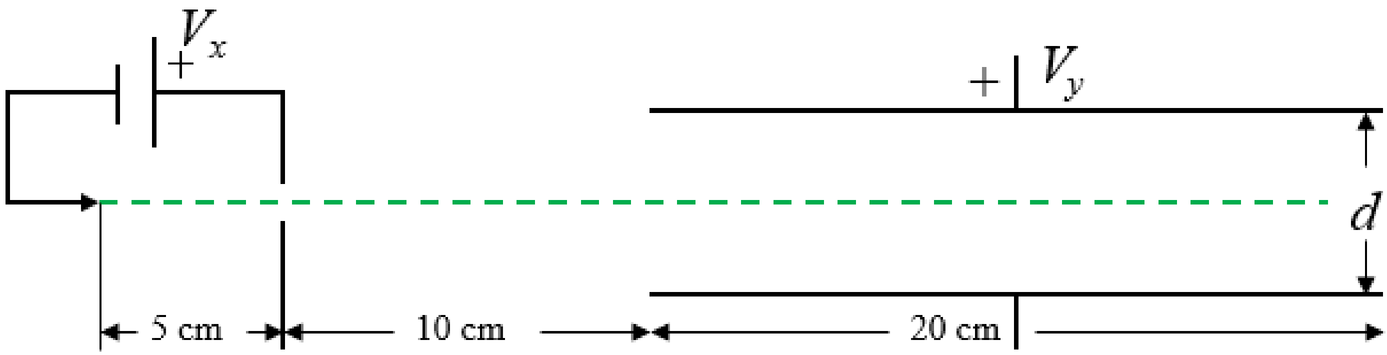
$$\vec{v} = \left(v_{x0} + \frac{qE_x}{m}t\right)\hat{x} + \left(v_{y0} + \frac{qE_y}{m}t\right)\hat{y} + \left(v_{z0} + \frac{qE_z}{m}t\right)\hat{z},$$

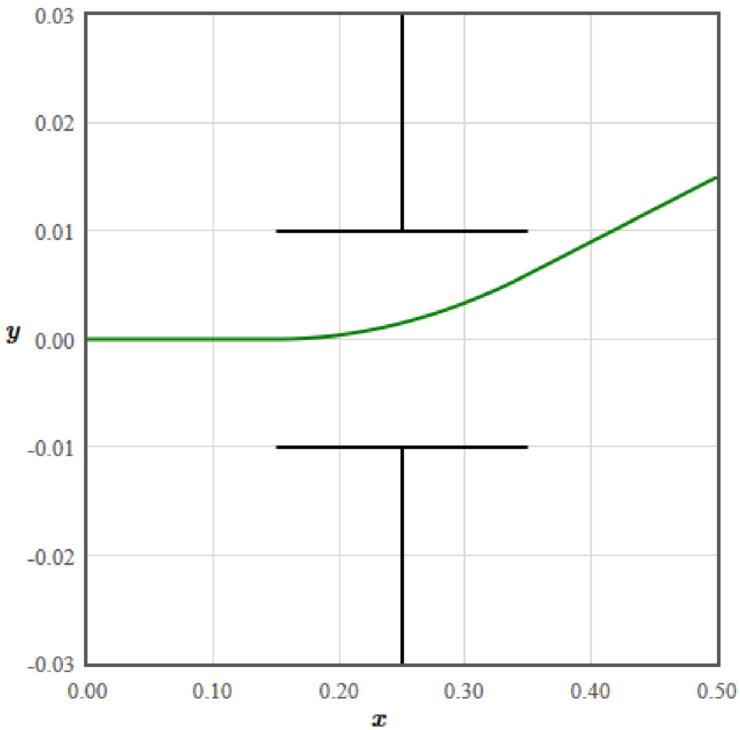
$$\vec{a} = \frac{qE_x}{m}\hat{x} + \frac{qE_y}{m}\hat{y} + \frac{qE_z}{m}\hat{z},$$

$$\vec{F} = qE_x\hat{x} + qE_y\hat{y} + qE_z\hat{z}.$$

Elektronenstrahl







V_x = 5000 [V] - +

V_y = 60 [V] - +

d = 0.02 [m] - +