2. Kräfte / Punktmechanik

5 Okt. 2018

Bewegung als Folge von Krafteinwirkung

- **Welche grundlegenden Arten von Kräften betrachten wir?**
- **Inwiefern sind die Kräfte abstands- oder positionsabhängig?**
- **Wo greifen Kräfte an Körpern an?**
- **Was bewirkt die Überlagerung von Kräften?**

Kräfte

Sie werden können:

- für eine gegebene Kraft deren Abhängigkeit von der momentanen Bewegung bestimmen
- jedwede Kräfte zu einer resultierenden Kraft überlagern
- Kräfte problemgerecht in Komponenten zerlegen

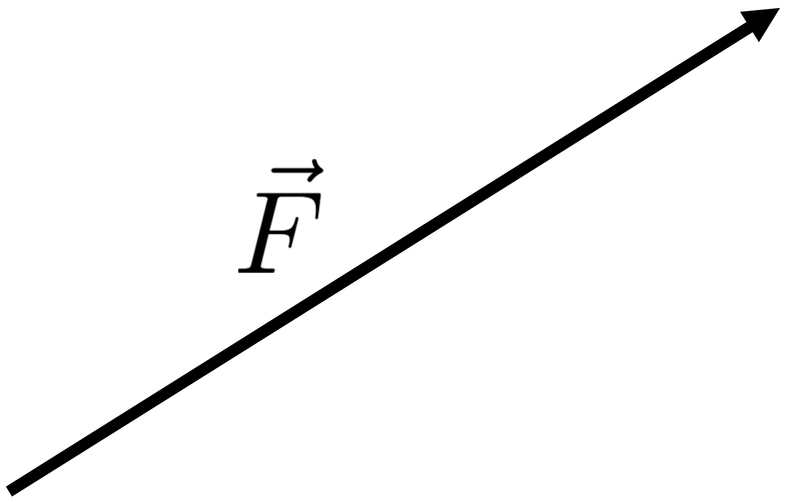
Vektoren

grundlegende Kräfte

Bewegungsbeschreibung

Vektoren

Kraft, Geschwindigkeit, Beschleunigung sind Vektoren



Betrag

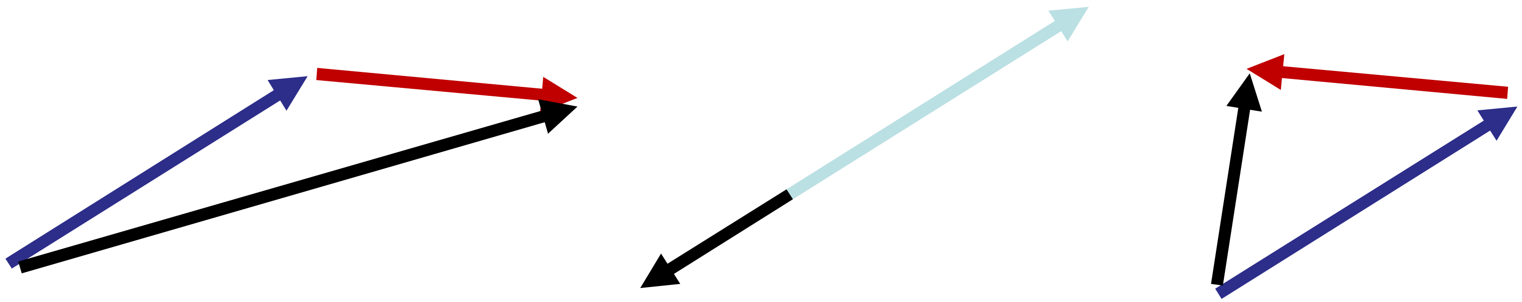
Richtung

Orientierung

Vektoren

lassen sich addieren, multiplizieren, subtrahieren

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ $\qquad -0.5\vec{F}_1$ $\qquad \vec{F}_{2\rightarrow 1} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$

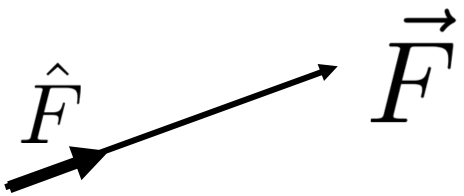


Einheitsvektoren

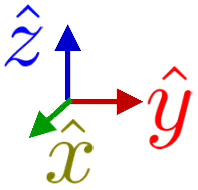
Betrag = 1 [Einheit]

enthält Richtung und Orientierung

hier Schreibweise: $\hat{b}$



$$\vec{F} = |\vec{F}|\hat{F} \qquad |\hat{F}| = 1N$$

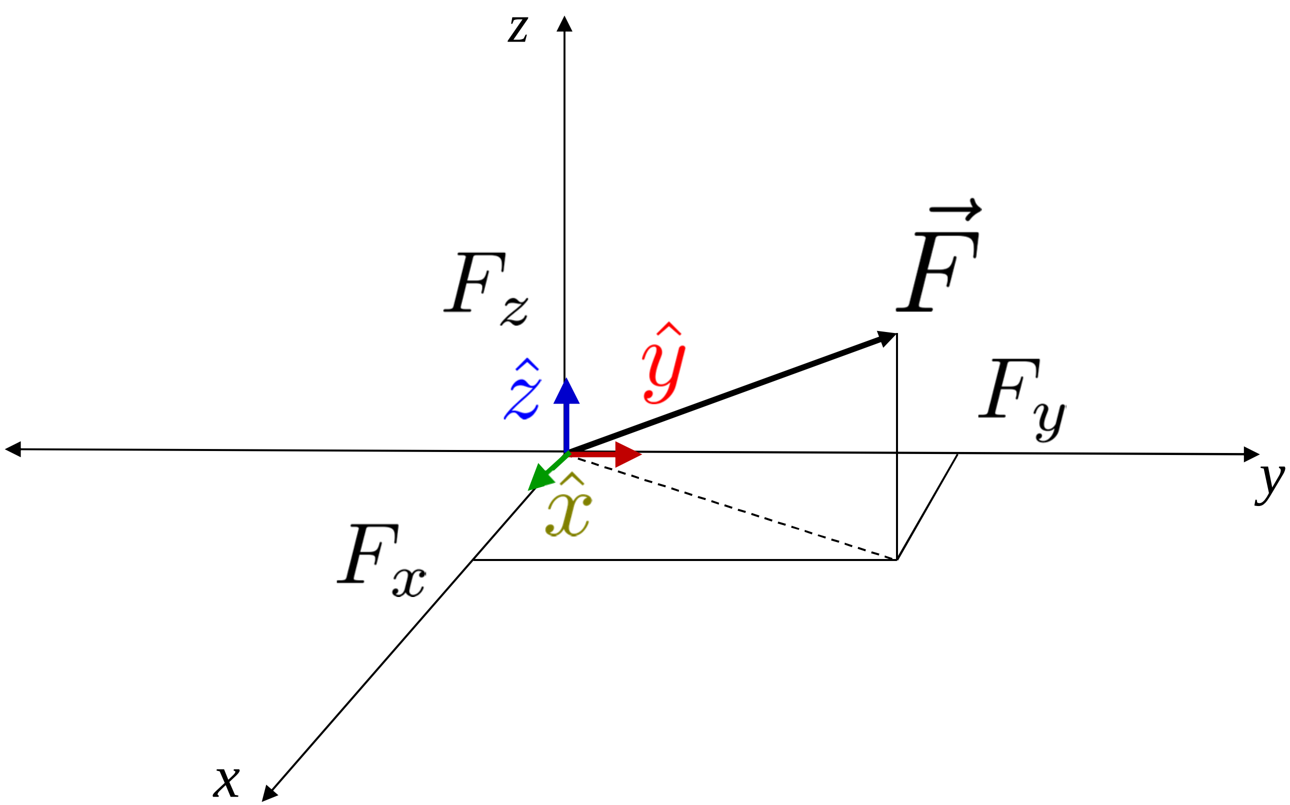


$$\vec{F} = F_x\hat{x} + F_y\hat{y} + F_z\hat{z}$$

Betrag der Komponente entlang eines Einheitsvektors

Vektoren im Koordinatensystem

$$\vec{F} = F_x\hat{x} + F_y\hat{y} + F_z\hat{z}$$



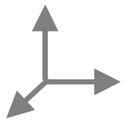
$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$$

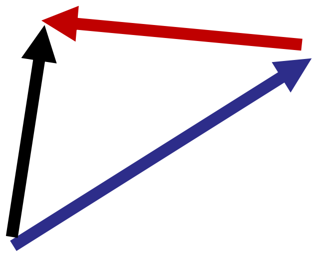
.. kartesisches Koordinatensystem

Vektoraddition

Lässt sich komponentenweise durchführen

$$\vec{F}_{2\to 1} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$$





$$\vec{F}_1 = F_{1x}\hat{x} + F_{1y}\hat{y} + F_{1z}\hat{z}$$

$$\vec{F}_2 = F_{2x}\hat{x} + F_{2y}\hat{y} + F_{2z}\hat{z}$$

$$= (F_{1x} - F_{2x})\hat{x} + (F_{1y} - F_{2y})\hat{y} + (F_{1z} - F_{2z})\hat{z}$$

Vektoren in Koordinatensystemen

Vereinbarung

Wir arbeiten in kartesischen Koordinatensystemen.

Kartesische Koordinaten sind nicht immer praktisch!

Beispiel: Bewegung eines gelagerten Körpers (Pendel)

Sollten wir andere Koordinaten einführen, so werden diese stets auf kartesische zurückgeführt.

Kräfte

Coulombkraft
Newtonsches Gravitationsgesetz
Lorentzkraft
Hookesches Gesetz
Reibungskraft

Coulombkraft

Die elektrostatische Kraft, die auf Elektron 1 aufgrund der Ladung von Elektron 2 wirkt

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \hat{r}_{2\to 1}$$

Ladung q_1, q_2 [C] = [A s]

elektrische Feldkonstante $\varepsilon_0 = 8.854187817 \times 10^{-12}$ [F/m]=[$A^2 s^4$/kg m^3]

Newtonsches Gravitationsgesetz

$$\vec{F} = \frac{Gm_1 m_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2}\hat{r}_{2\to 1}$$

in der Nähe der Erdoberfläche

Erdbeschleunigung

$$\vec{F} = -m_1 g \hat{z}$$

$$g = \frac{Gm_{erde}}{r_{erde}^2} = \frac{6.6726 \times 10^{-11}\ 5.97219 \times 10^{24}}{\left(6.371 \times 10^{6}\right)^2} = 9.8174 \text{ m/s}^2$$

$$m_2 = m_{erde}$$

Lehrplan
Bücher
Formel Sammlung
Fähigkeiten
Apps
Testfragen
Vorlesungen

Gravitationskraft zwischen einem Planeten und seinem Mond

Die Gravitationskraft, welche der Mond erfährt während er um einen Planeten kreist, ist

$$\vec{F} = -\frac{Gm_1m_2}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|^2}\,\hat{r}_{1\to 2} \quad \text{[N]}.$$

Hier ist $G = 6.6726\times10^{-11}$ N m²/kg² die Gravitationskonstante, $m_1 = 7\times10^{24}$ kg ist die Masse des Planeten, $m_2 = 5\times10^{21}$ kg ist die Masse des Mondes und $\vec{r}_{1\to 2}$ ist der Einheitsvektor, der vom Planeten zum Mond zeigt.

Die Position des Planeten ist

$$\vec{r}_1 = 4\times10^8\,\hat{x} + 3\times10^7\,\hat{y} + 2\times10^8\,\hat{z} \quad \text{[m]},$$

und die Position des Mondes ist,

$$\vec{r}_2 = -3\times10^8\,\hat{x} - 2\times10^6\,\hat{y} + 3\times10^7\,\hat{z} \quad \text{[m]}.$$

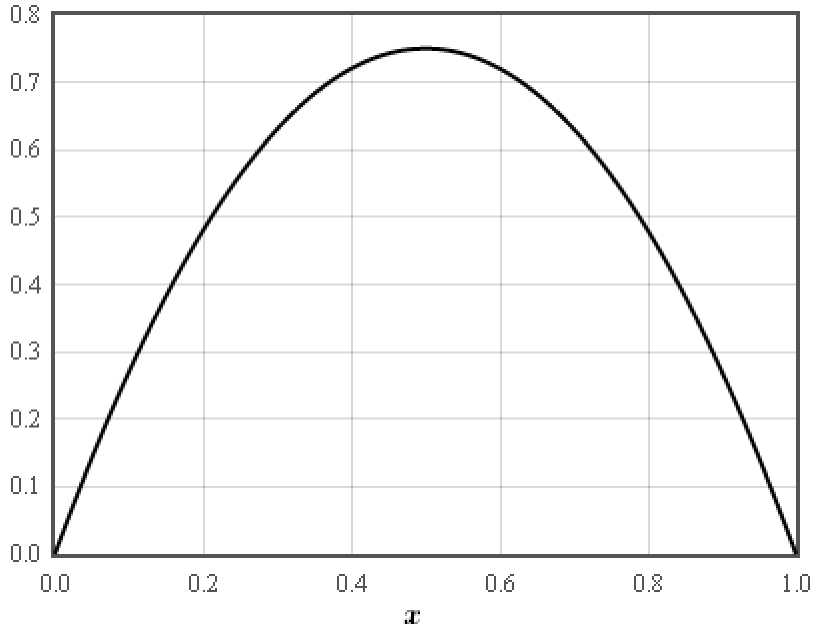
Welche Kraft erfährt der Mond?

$\vec{F} =$ ______ $\hat{x}$ + ______ $\hat{y}$ + ______ $\hat{z}$ [N]   Lösung

Lorentzkraft

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

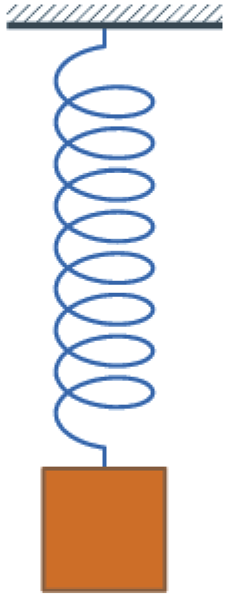
konstantes elektrisches Feld $\quad \vec{F} = q\vec{E}$



Hookesches Gesetz

$$\vec{F} = -kx\hat{x}$$

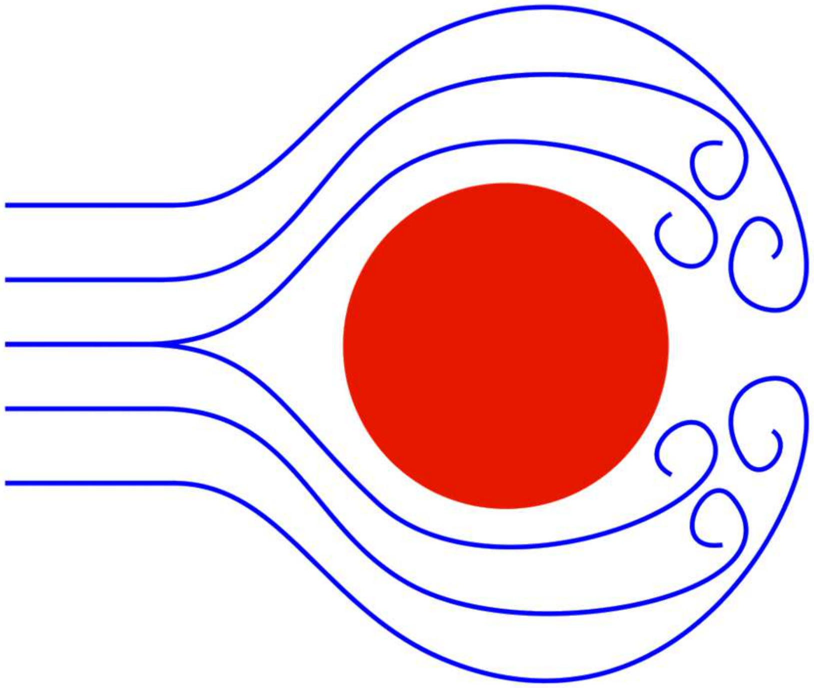
Federkonstante [N/m]



http://en.wikipedia.org/wiki/Effective_mass_%28spring%E2%80%93mass_system%29

Reibungskraft (Strömungswiderstand)

$$\vec{F} = -a\vec{v} - b\vec{v}|\vec{v}| - c\vec{v}|\vec{v}|^2 + \dots$$



http://en.wikipedia.org/wiki/Drag_%28physics%29

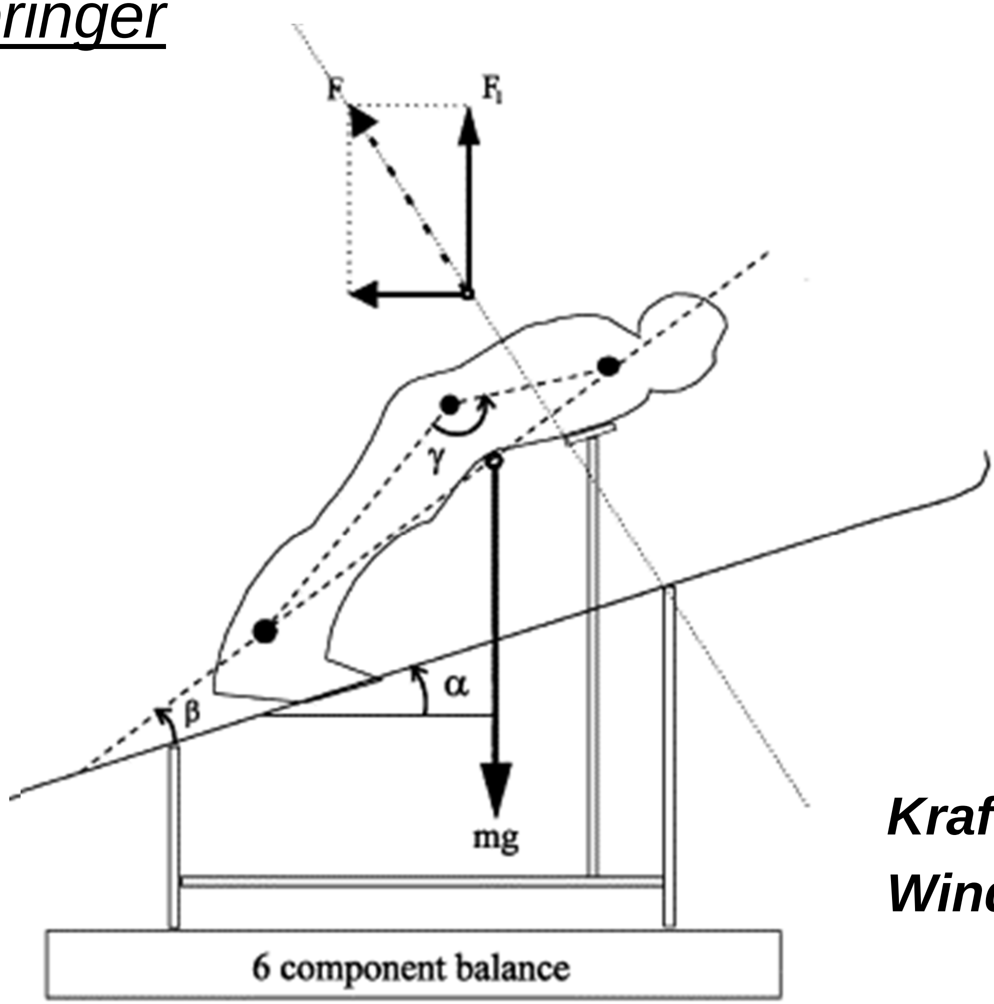
Superpositionsprinzip von Kräften

Wirken auf einen Punkt oder starren Körper mehrere Kräfte, so lässt sich deren Wirkung auch durch eine resultierende Kraft beschreiben,
die mittels Vektoraddition berechnet wird.

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$$

Kräfte

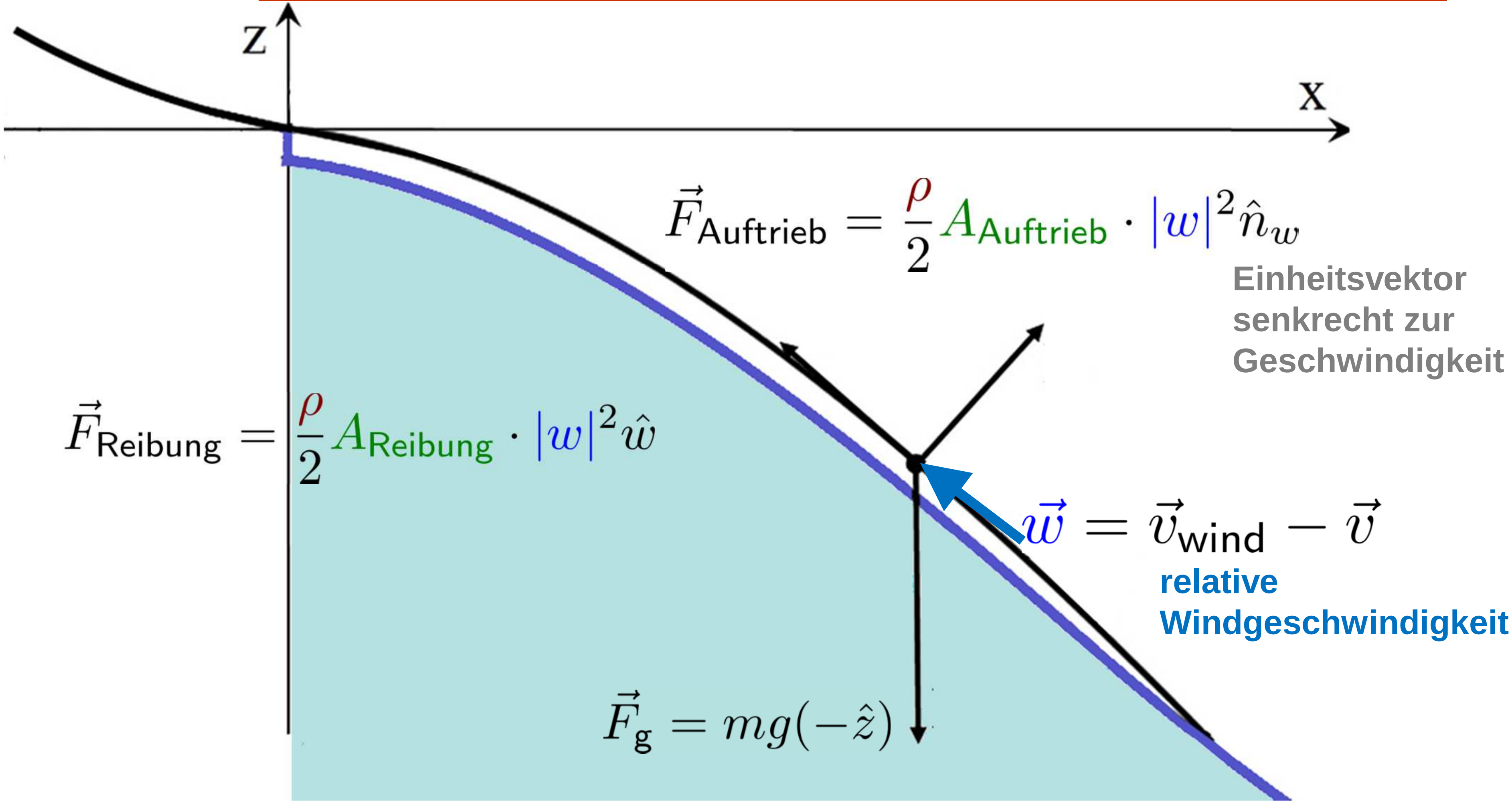
<u>*Beispiel: Skispringer*</u>



Kraftmessung im Windkanal

B.Schmölzer, W.Müller, J. Biomechanics 35 (2002) 1059-1069

Kräfte *Beispiel: Skispringer*



A .. auftrieb-bzw. reibungswirksame Fläche

ρ **.. Luftdichte**

A.Jung et al., J.Biomechanics, 47 (2014) 716-722

Bewegung als Folge von Krafteinwirkung

- **Welche grundlegenden Arten von Kräften betrachten wir?**
- **Inwiefern sind die Kräfte abstands- oder positionsabhängig?**
- **Wo greifen Kräfte an Körpern an?**
- **Was bewirkt die Überlagerung von Kräften?**

Punktmechanik

Punktmechanik

Beispiel:

Das Phänomen der Schränge

Punktmechanik

Ort **Geschwindigkeit** **Beschleunigung** **Kraft**

$$\vec{r} \Longleftrightarrow \vec{v} \Longleftrightarrow \vec{a} \Longleftrightarrow \vec{F}$$

Punktmechanik

Wieso Punkt ? **“Punkt“ oft sinnvolle Vereinfachung**

z.B.

- **Auto, das über große Strecke fährt**
- **langes Pendel**

Beschreibung der

Schwerpunktsbewegung

praktisch

Punktmechanik

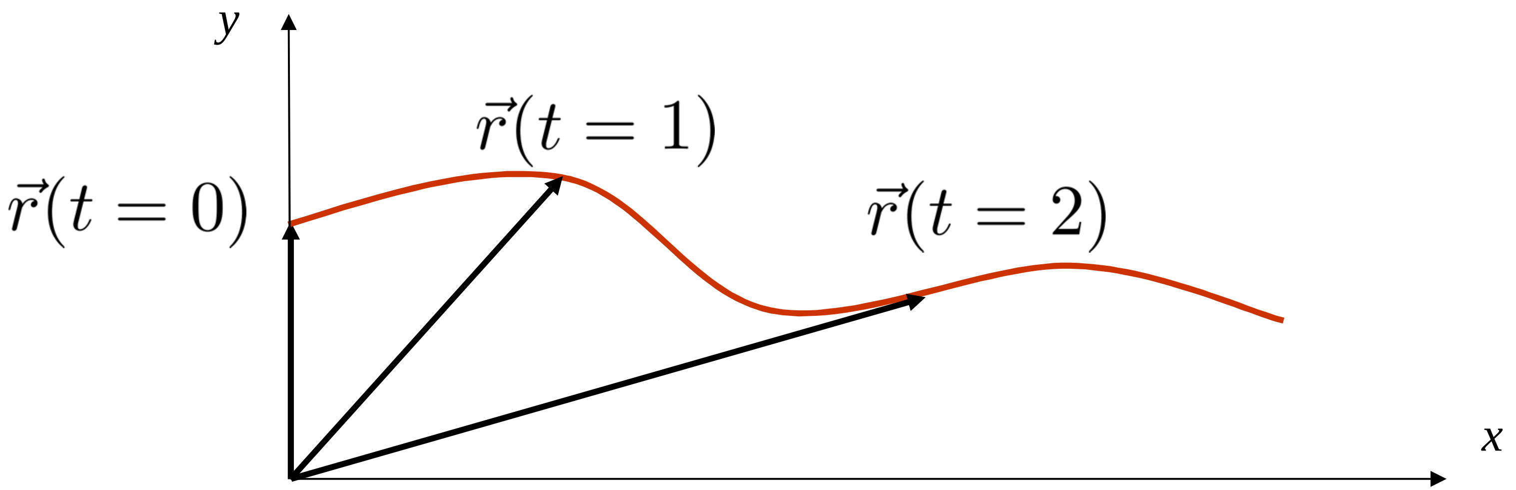
Vereinbarung

Wir lassen die Kräfte am Schwerpunkt angreifen.

Der Schwerpunkt eines beliebigen Körpers bewegt sich so, als sei

- **die Gesamtmasse *m* des Körpers im Schwerpunkt vereinigt und**
- **als griffen die äusseren Kräfte im Schwerpunkt an**

Ortsvektor $\vec{r}$

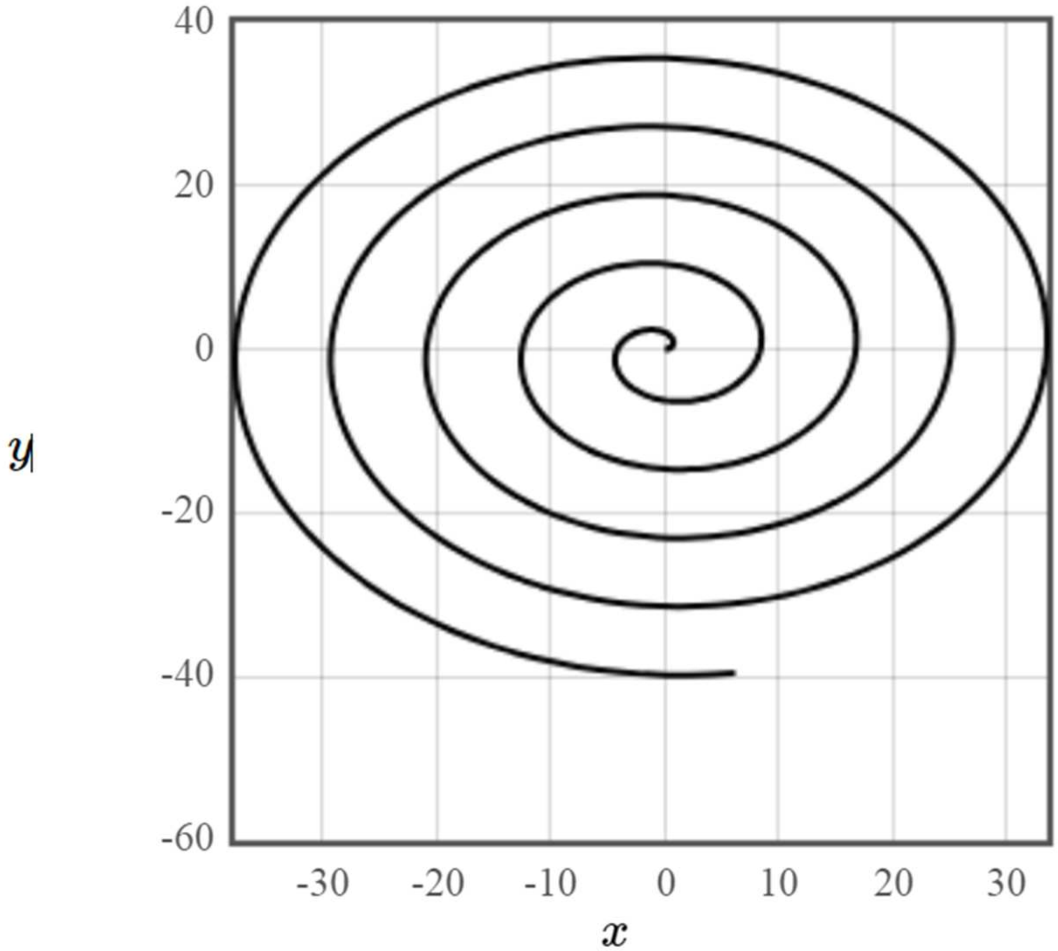


$$\vec{r}(t) = r_x(t)\hat{x} + r_y(t)\hat{y} + r_z(t)\hat{z} \qquad [m]$$

Position des Körpers: per Vereinbarung die Position des Schwerpunkts

Ein Käfer krabbelt spiralförmig entlang des Ortsvektors $\vec{r}(t)$.

$$\vec{r}(t) = 4t\cos(3t)\hat{x} + 4t\sin(3t)\hat{y} \quad [\mathrm{m}]$$



mit t der Zeit in Sekunden. Zu welchem Zeitpunkt die Entfernung des Käfers vom Ursprung gleich $|\vec{r}(t)| = 5$ m?