20. Wellen

13 Dez. 2019

Aufgaben

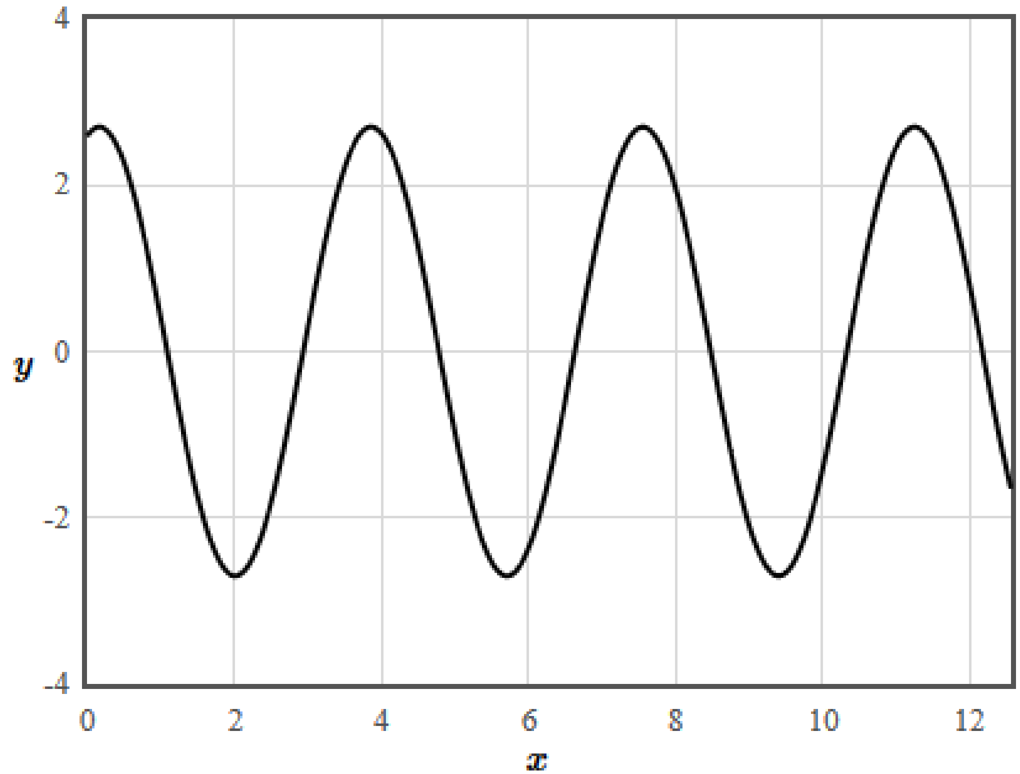
- 2.3 Position → Kraft
- 3.1 Zykloid
- 9.1 Oszillationen eines Masse-Feder Systems
- 9.2 Q-Faktor
- 10.1 Wellenausbreitung
- 10.2 Überlagerung von Wellenpulsen

Wellenausbreitung

Eine sich ausbreitende Welle hat die Form

$$y = A\cos(kx - \omega t + \varphi).$$

Ist $k\omega > 0$, bewegt sich die Welle in $+x$-Richtung und bei $k\omega < 0$ in die $-x$ Richtung.



$A = 2.7$ [m]

$k = 1.7$ [1/m]

$\omega = 0.3$ [rad/s]

$\varphi = 0$ [rad]

$\lambda = \frac{2\pi}{|k|}$ =3.70 [m]

$T = \frac{2\pi}{|\omega|}$ =20.9 [s]

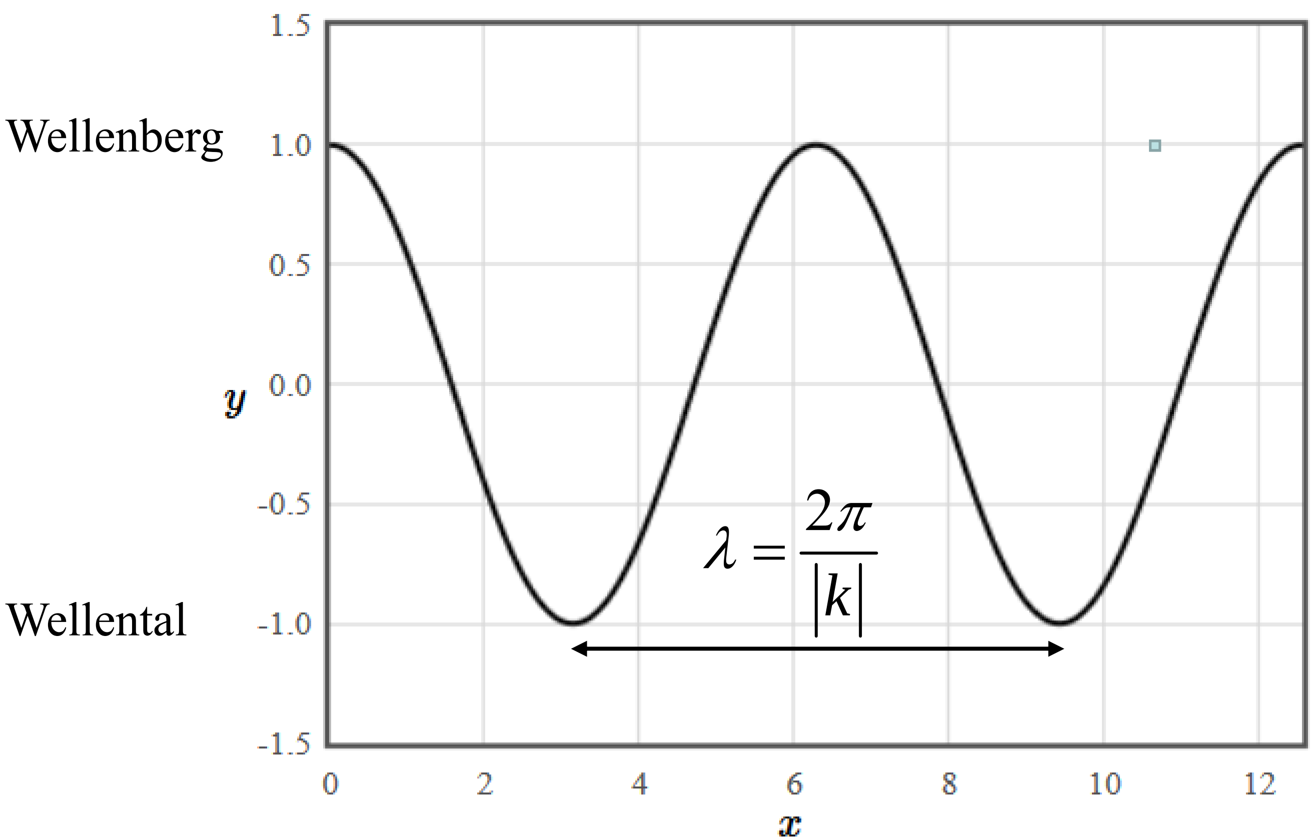
$t = 21.9$

$$c = \frac{\lambda}{T}$$

Wellenzahl

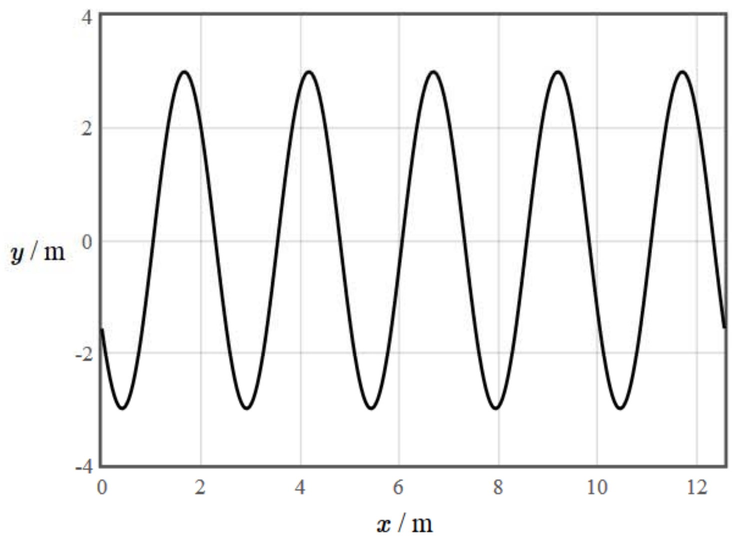
$$y = A\cos(kx - \omega t + \varphi)$$

Wellenzahl [rad/m]



Wellenausbreitung

Die folgende Animation zeigt eine sich harmonisch ausbreitende Welle $A\cos(kx - \omega t + \phi)$. Der Startbutton setzt den Timer auf Null zurück. Bewegen Sie die Maus über einen Punkt, um die x und y Koordinaten abzulesen. Eine akkuratere Messung der Wellenlänge kann durch Vermessen mehrerer Wellenlängen erreicht werden. Eine akkuratere Messung der Periode kann durch Vermessung mehrerer Perioden erreicht werden.



$t =$ 8.70000 s

$x =$ -2.789 m

$y =$ -5.541 m

Start Stop

timer: =8.700 s

Wie groß ist die Amplitude der Welle? $A > 0$. $A =$ [m]

Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit der Welle? $\omega > 0$. $\omega =$ [rad/s]

Wie groß ist die Wellenzahl der Welle? k kann positive oder negative Werte annehmen. $k =$ [m^{-1}]

Wie groß ist die Geschwindigkeit der Welle? v kann positiv oder negativ sein. $v =$ [m/s]

Wie lautet die Phase ϕ? $\cos(kx - \omega t + \phi)$ nimmt ein Maximum für $kx - \omega t + \phi = 0$ an. $\phi =$ [rad]

Absenden

Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \qquad c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$$

Partielle Differentialgleichung

harmonischen Wellen sind die Eigenmoden der Wellengleichung

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \varphi)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} =$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} =$$

Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Partielle Differentialgleichung

$$y = A\cos(kx - \omega t + \varphi)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos(kx - \omega t + \varphi)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 A\cos(kx - \omega t + \varphi)$$

$$\omega^2 = c^2 k^2 \qquad c = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} \qquad f = \frac{c}{\lambda}$$

harmonischen Wellen sind die Eigenmoden der Wellengleichung

Energie

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \omega A \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos(kx - \omega t)$$

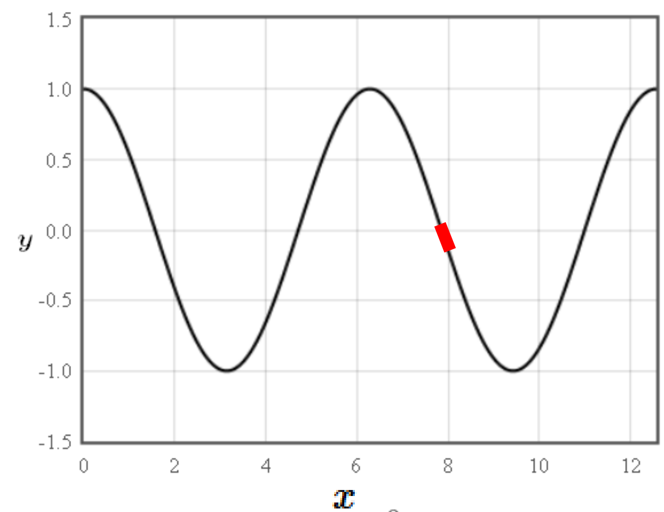
$$F = ma = -m\omega^2 y$$ Hookesches Gesetz

$$E_{pot} = -\int F dy = \frac{m\omega^2 y^2}{2}$$

$$E_{kin} = \frac{m}{2}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2$$

$$E_{tot} = \frac{\omega^2 A^2 \rho dx}{2}\left(\cos^2(kx - \omega t) + \sin^2(kx - \omega t)\right) = \frac{\omega^2 A^2 \rho dx}{2}$$

$$y = A\cos(kx - \omega t + \varphi).$$



ρ = Massendichte [kg/m]

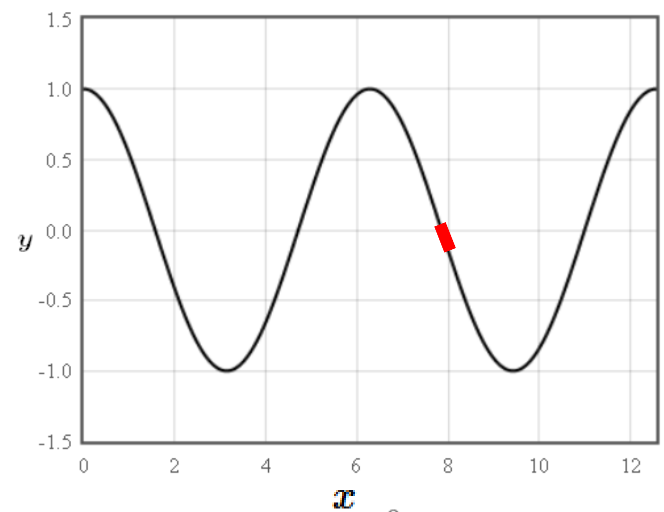
Leistung

$$E_{tot} = \frac{\omega^2 A^2 \rho dx}{2} \ [\mathrm{J}]$$

$$P = \frac{\omega^2 A^2 \rho}{2} \frac{\lambda}{T} \left[\frac{J}{s} = W \right]$$

$$P = \frac{\omega^2 A^2 \rho}{2} c \ [W]$$

$$y = A\cos(kx - \omega t + \varphi).$$



ρ = Massendichte [kg/m]
c = Wellengeschwindigkeit [m/s]

511.015 Physik M

en

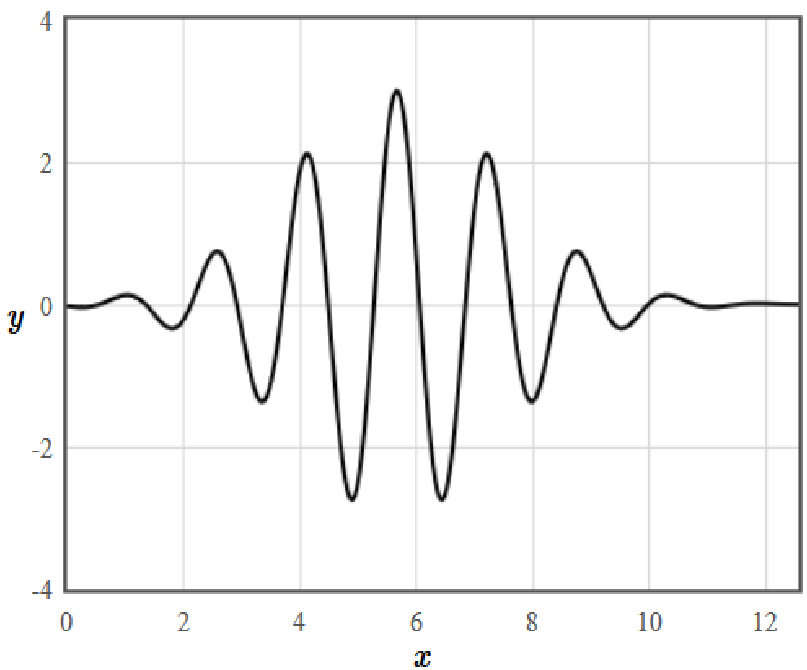
plan
ner
nel
mlung
gkeiten
s
fragen
esungen

Solitärwelle

Eine Solitärwelle wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$y = A\exp(-\alpha(kx-\omega t+\varphi)^2)\cos(kx-\omega t+\varphi).$$

Ist $k\omega > 0$, bewegt sich die Welle in $+x$-Richtung und bei $k\omega < 0$ in die $-x$ Richtung. Die Wellengeschwindigkeit ist $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \frac{\omega}{k}$.



A = 3.00 [m] - +

α = 0.00900 - +

k = 4.00 [rad/m] - +

ω = 0.300 [rad/s] - +

φ = 0.00 [rad] - +

$\lambda = \frac{2\pi}{|k|}$ =1.57 [m]

$T = \frac{2\pi}{|\omega|}$ =20.9 [s]

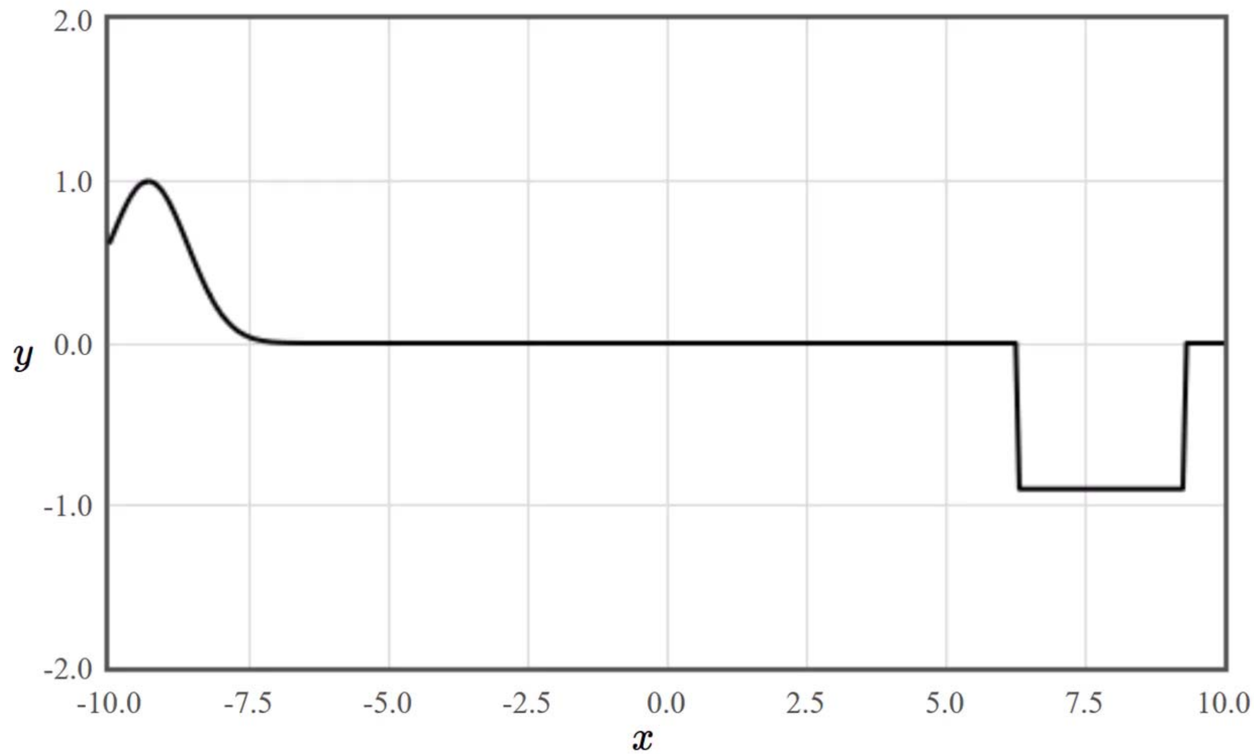
$c = \frac{\omega}{k}$ =0.0750 [m/s]

$t = 75.5$

restart at t = 0

Superpositionsprinzip

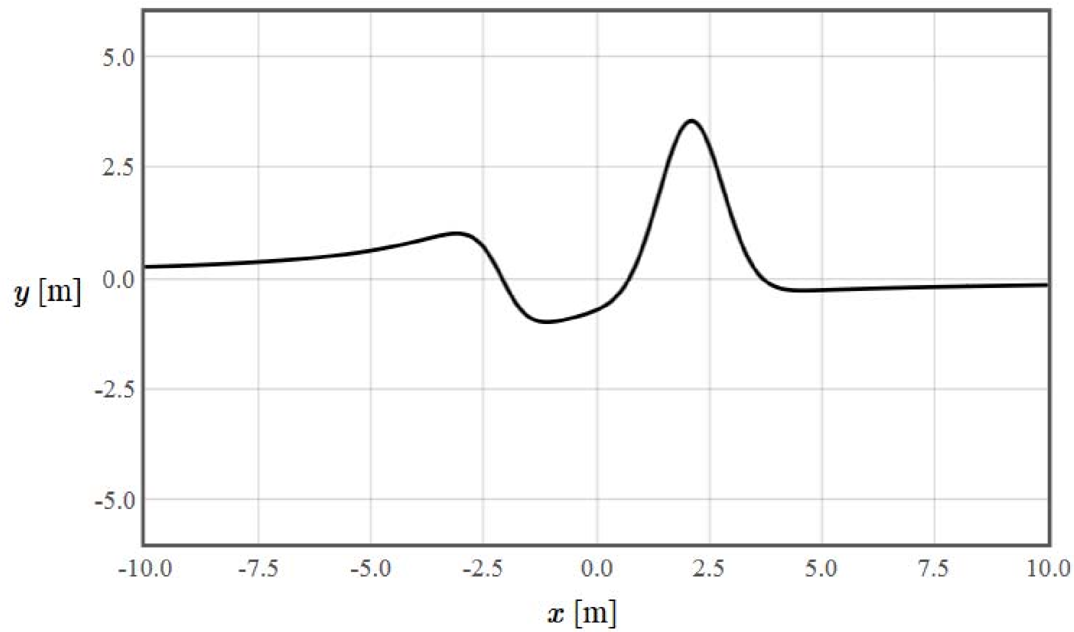
die Summe von zwei Lösungen für die Wellengleichung ist auch eine Lösung für die Wellengleichung



http://lampx.tugraz.at/~hadley/physikm/apps/superposition/superposition.en.php

Superposition of wave pulses

An animation of the superposition of two wave pulses, $y_1 = \frac{-2(x-vt+10)}{(1+(x-vt+10)^2)}$ and $y_2 = 4\exp\left(-(x+vt-10)^2\right)$ is shown below.



$t = 4.65$ s.

restart

Here x is the position in meters, the velocity is $v = 1.7$ m/s, and t is the time in seconds.

What is the amplitude of the superposition $y = y_1 + y_2$ at $x = 0.5$ m and $t = 5$ s?

$y =$ [m]

What is $\frac{\partial y}{\partial x}$ at $x = 0.5$ m and $t = 5$ s?

$\frac{\partial y}{\partial x} =$

What is $\frac{\partial y}{\partial t}$ at $x = 0.5$ m and $t = 5$ s?

$\frac{\partial y}{\partial t} =$ [m/s]