21. Wellen

10 Jan. 2020

Aufgaben

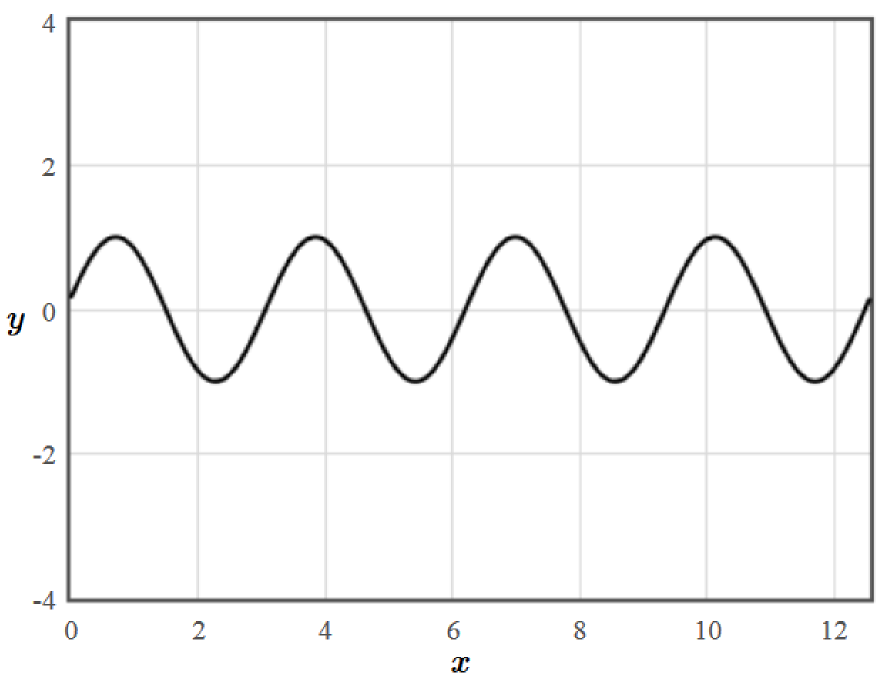
- 9.1 Oszillationen eines Masse-Feder Systems
- 9.2 Q-Faktor
- 10.1 Wellenausbreitung
- 10.2 Überlagerung von Wellenpulsen
- 11.1 Schockwellen
- 11.2 Doppelspaltexperiment
- 11.3 Intensität in einem Interferenzmuster

Wellenausbreitung

Eine sich ausbreitende Welle hat die Form

$$y = A\cos(kx - \omega t + \varphi).$$

Ist $k\omega > 0$, bewegt sich die Welle in $+x$-Richtung und bei $k\omega < 0$ in die $-x$ Richtung. Die Wellengeschwindigkeit ist $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \frac{\omega}{k}$.



A = 1.00 [m] - +

k = 2.00 [rad/m] - +

ω = 1.00 [rad/s] - +

φ = 0.00 [rad] - +

$\lambda = \frac{2\pi}{|k|}$ =3.14 [m]

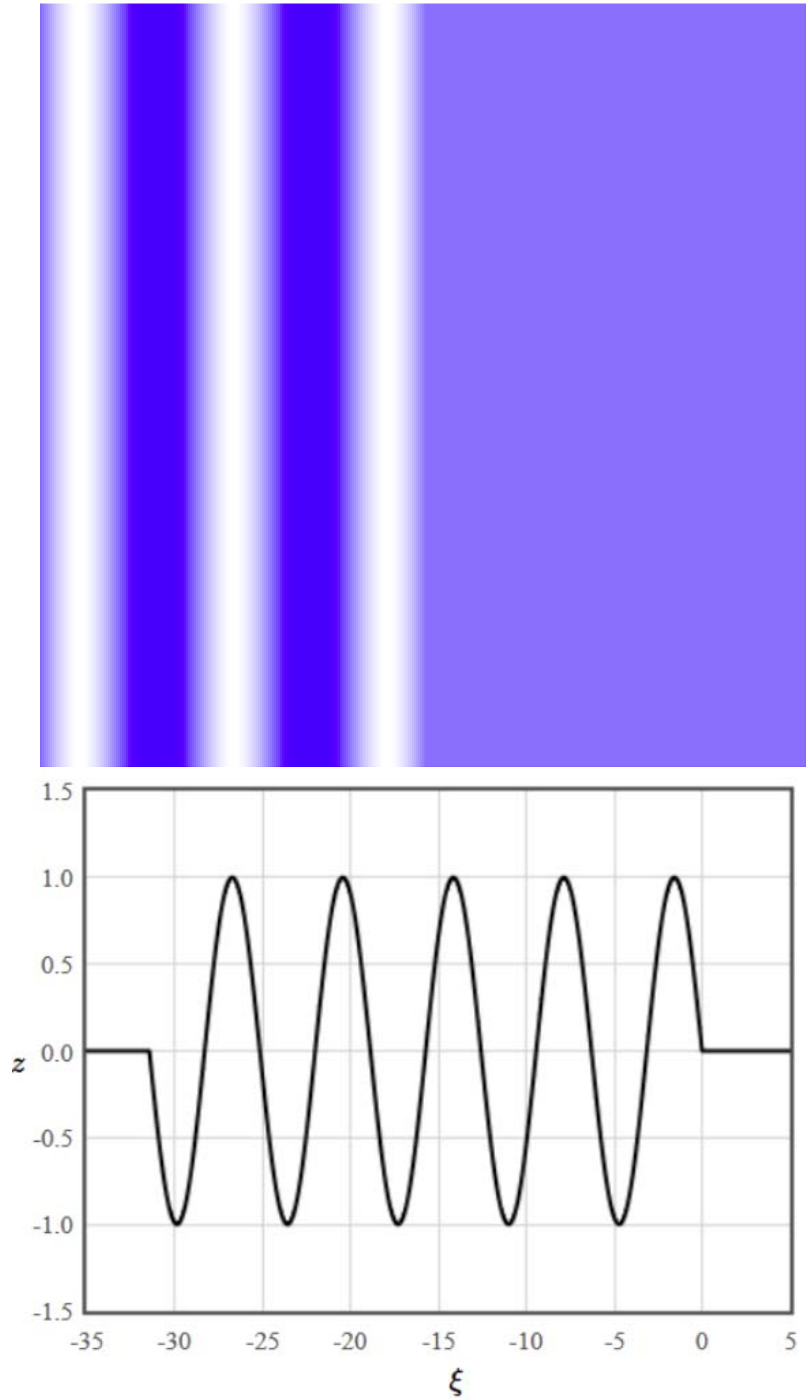
$T = \frac{2\pi}{|\omega|}$ =6.28 [s]

$c = \frac{\omega}{k}$ =0.500 [m/s]

t = 26.55 [s]   timer: 26.55 [s]

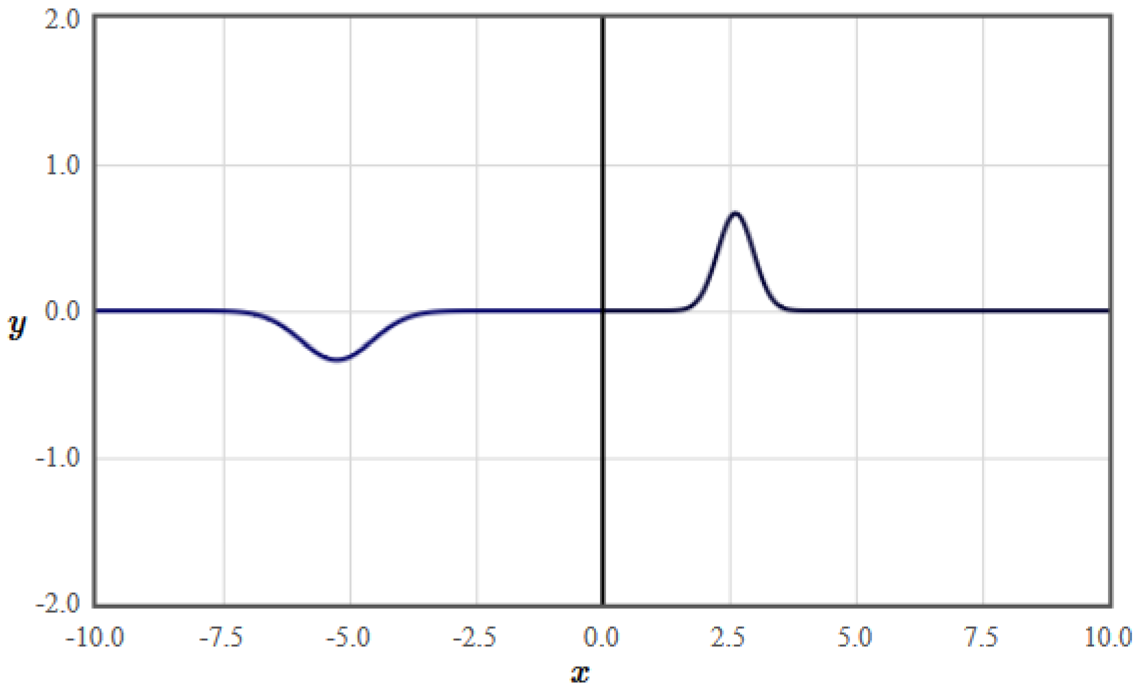
Start Stop

Ebene Wellen



Interferierenden ebenen Wellen

reflektierten und durchgelassenen Wellen



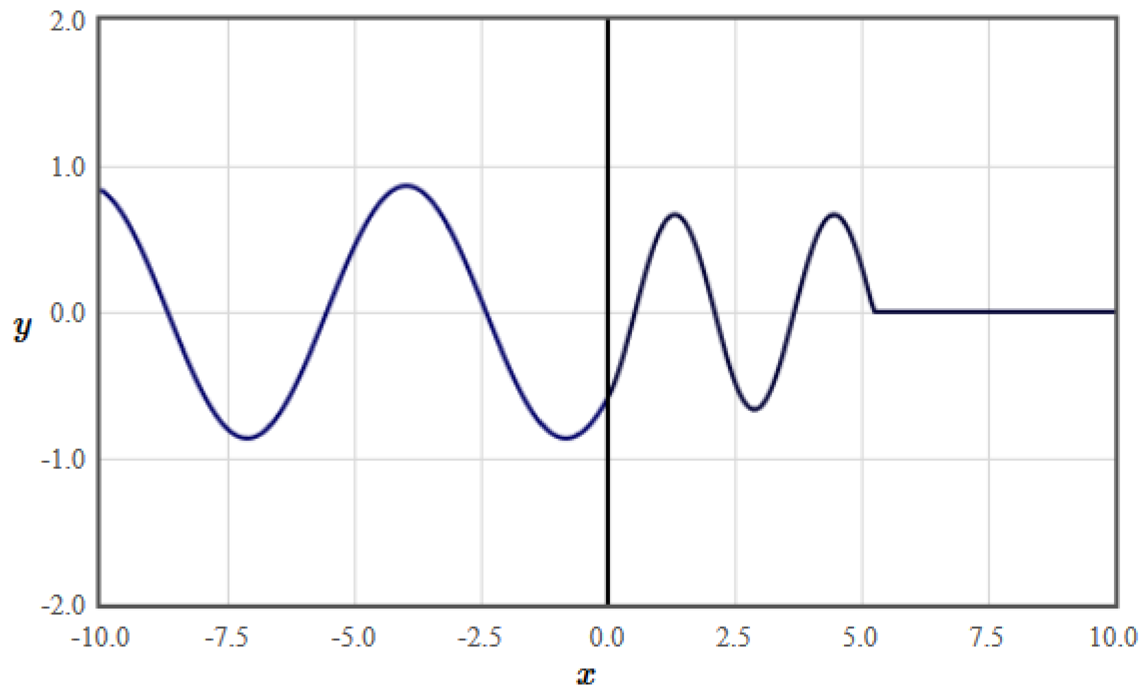
$$A_r = A_i \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1}$$

$$A_t = A_i \frac{2c_2}{c_2 + c_1}$$

A_i - einfallenden Welle
A_r - reflektierte Welle
A_t - durchgelassenen Welle

http://lampx.tugraz.at/~hadley/physikm/apps/pulse.en.php

reflektierten und durchgelassenen Wellen



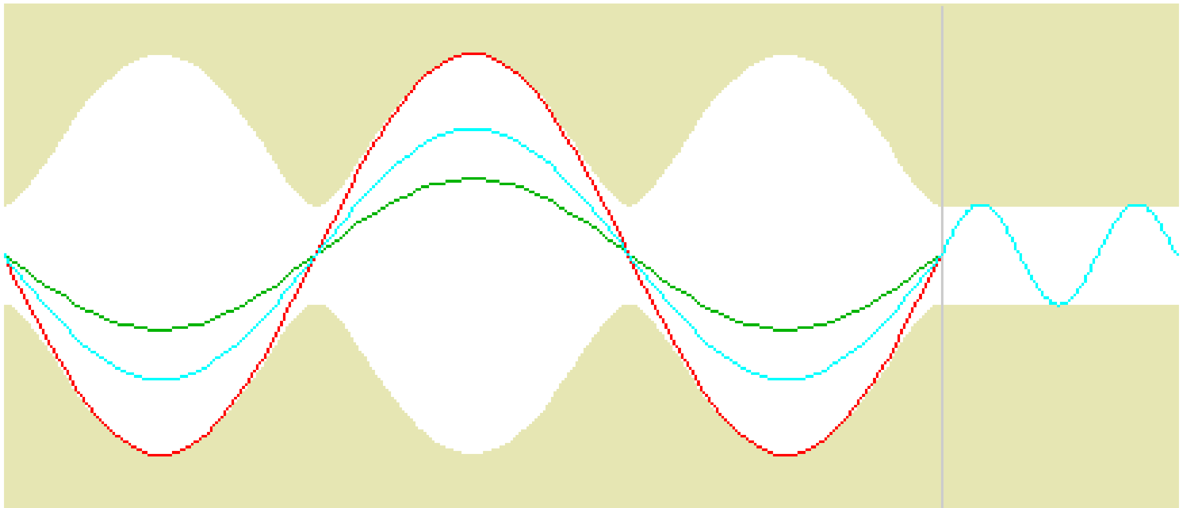
$$A_r = A_i \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1}$$

$$A_t = A_i \frac{2c_2}{c_2 + c_1}$$

A_i - einfallenden Welle
A_r - reflektierte Welle
A_t - durchgelassenen Welle

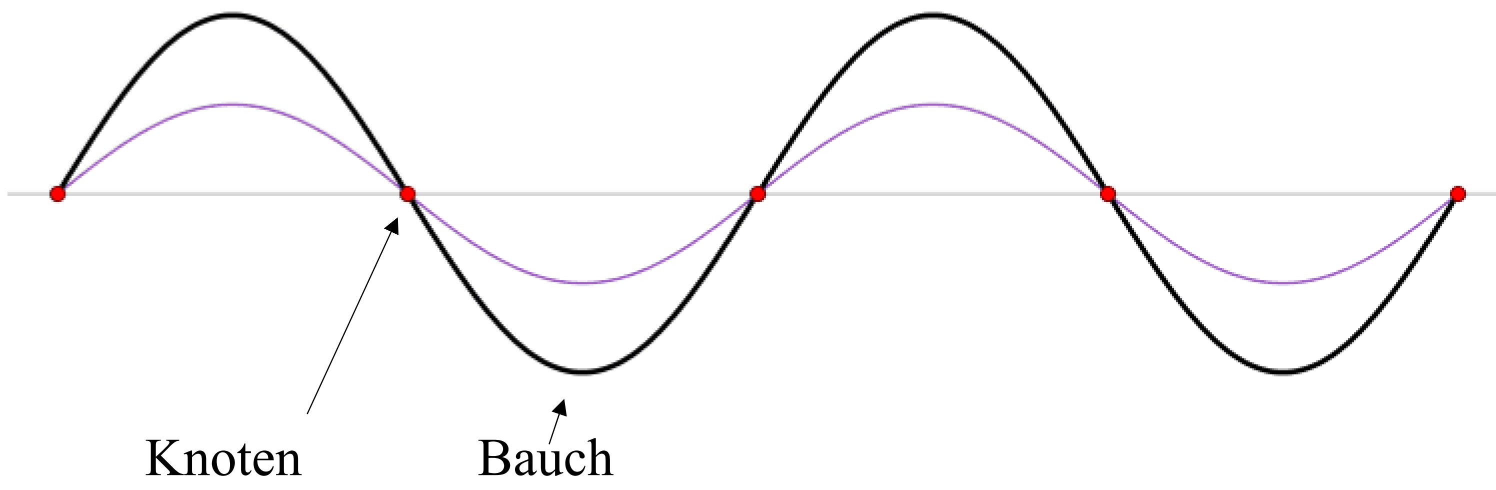
http://lampx.tugraz.at/~hadley/physikm/apps/cw_reflection.en.php

stehende Welle, die auf einem Wellenleiter durch Reflexion entsteht



http://de.wikipedia.org/wiki/Stehwellenverh%C3%A4ltnis#mediaviewer/File:Standing_wave_SWR_4_%28forward,_reflected%29_open.gif

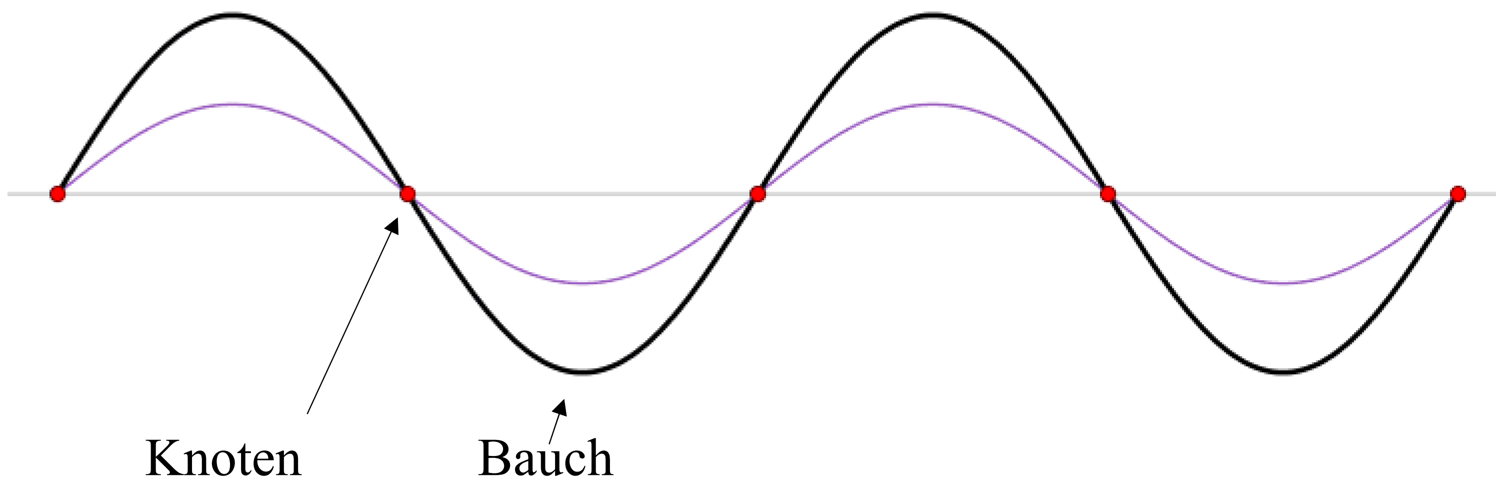
Stehende Welle



Eine stehende Welle kann als Überlagerung zweier gegenläufig fortschreitender Wellen gleicher Frequenz und gleicher Amplitude aufgefasst werden.

http://de.wikipedia.org/wiki/Stehende_Welle#mediaviewer/File:Standing_wave_2.gif

Stehende Welle



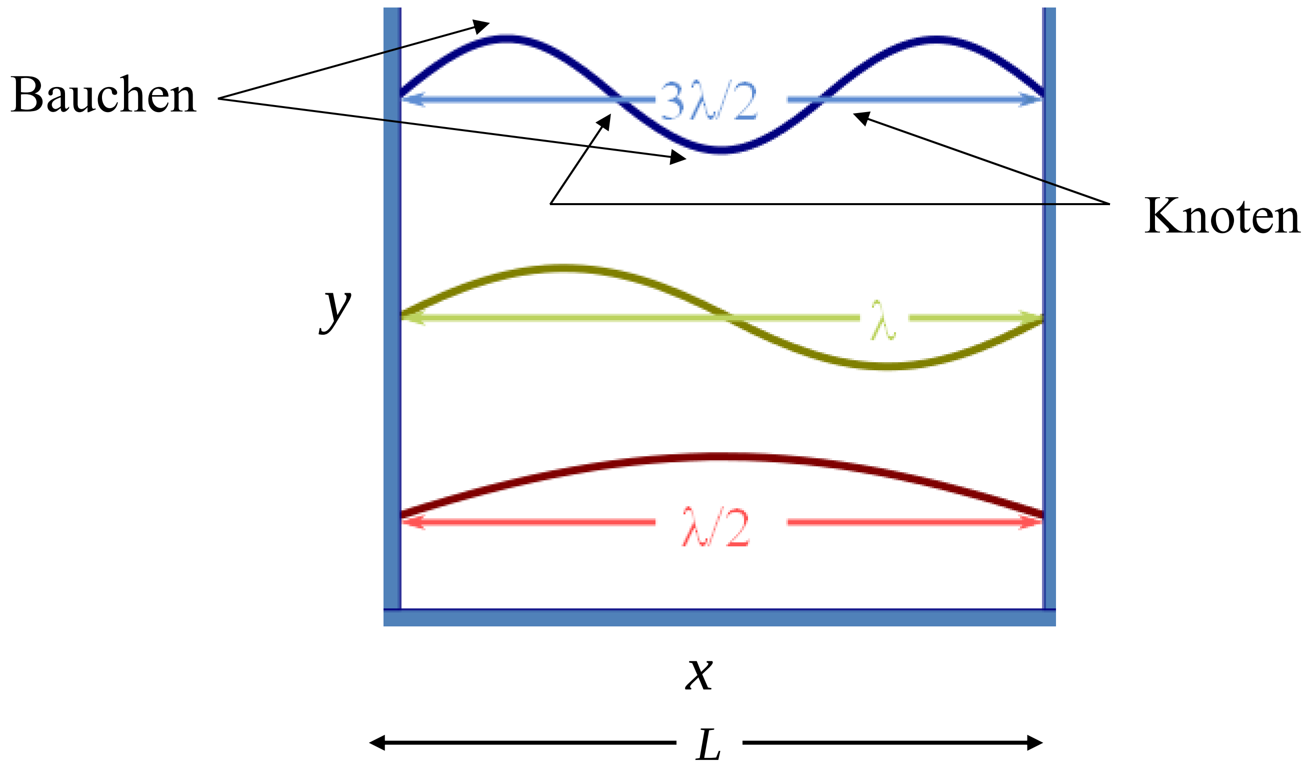
$$\cos(x-t)+\cos(x+t)$$

$$\cos(x)\cos(t)+\sin(x)\sin(t)+\cos(x)\cos(t)-\sin(x)\sin(t)$$

$$2\cos(x)\cos(t)$$

http://de.wikipedia.org/wiki/Stehende_Welle#mediaviewer/File:Standing_wave_2.gif

Stehende Welle

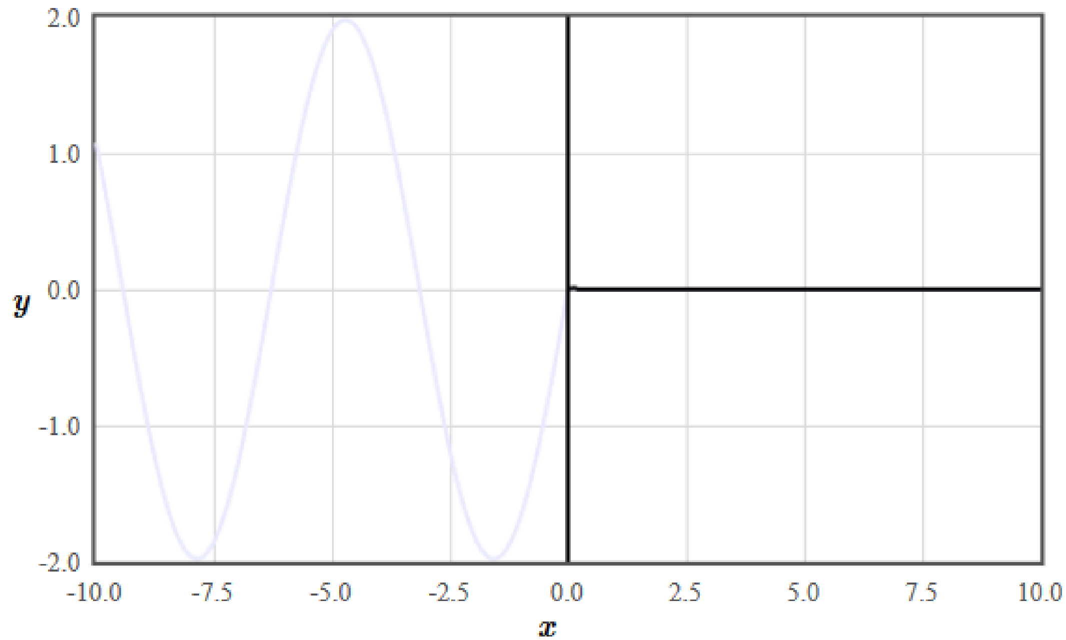


$$y = A\cos(kx)\cos(\omega t)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{nL}{2} \qquad n = 1, 2, 3\cdots$$

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b1/Waves_in_Box.svg

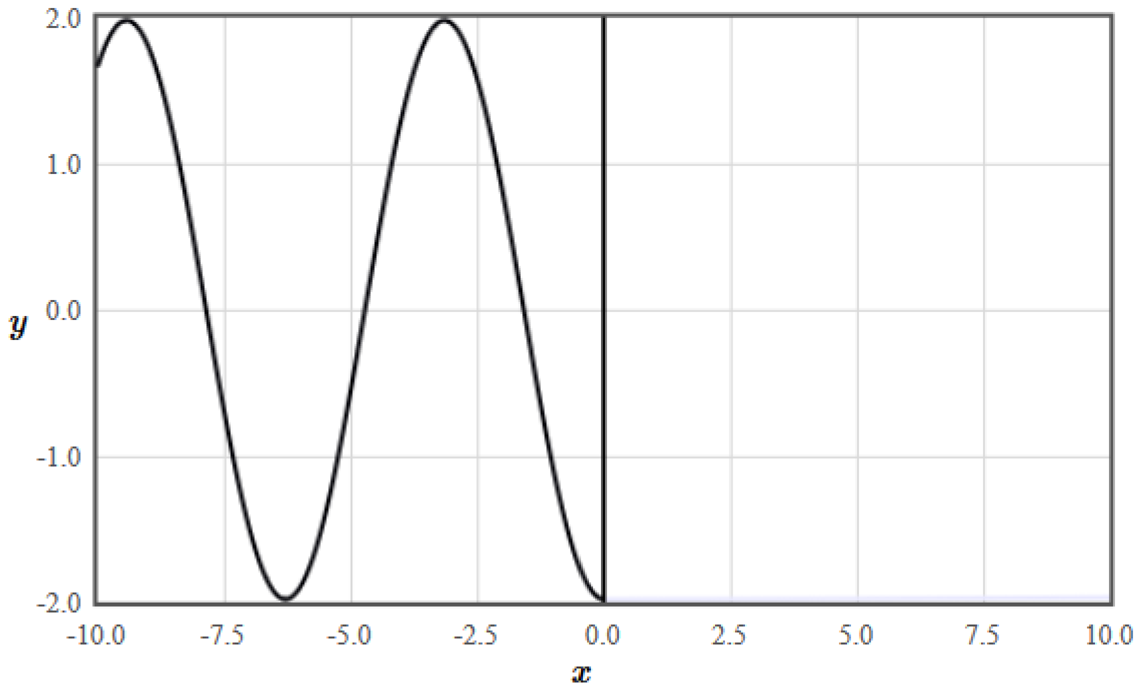
feste Ende

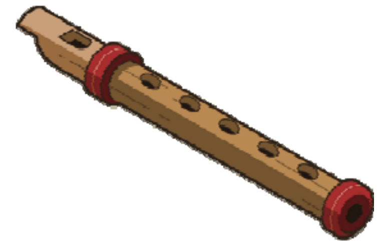


Amplitude der reflektierten Welle ist gleich der Amplitude der einfallenden Welle
reflektierte Welle invertiert
Knoten an der Schnittstelle

http://lampx.tugraz.at/~hadley/physikm/apps/cw_reflection.en.php

freie Ende





Amplitude der reflektierten Welle ist gleich der Amplitude der einfallenden Welle
reflektierte Welle aufrecht
Schwingungsbauch an der Schnittstelle

http://lampx.tugraz.at/~hadley/physikm/apps/cw_reflection.en.php

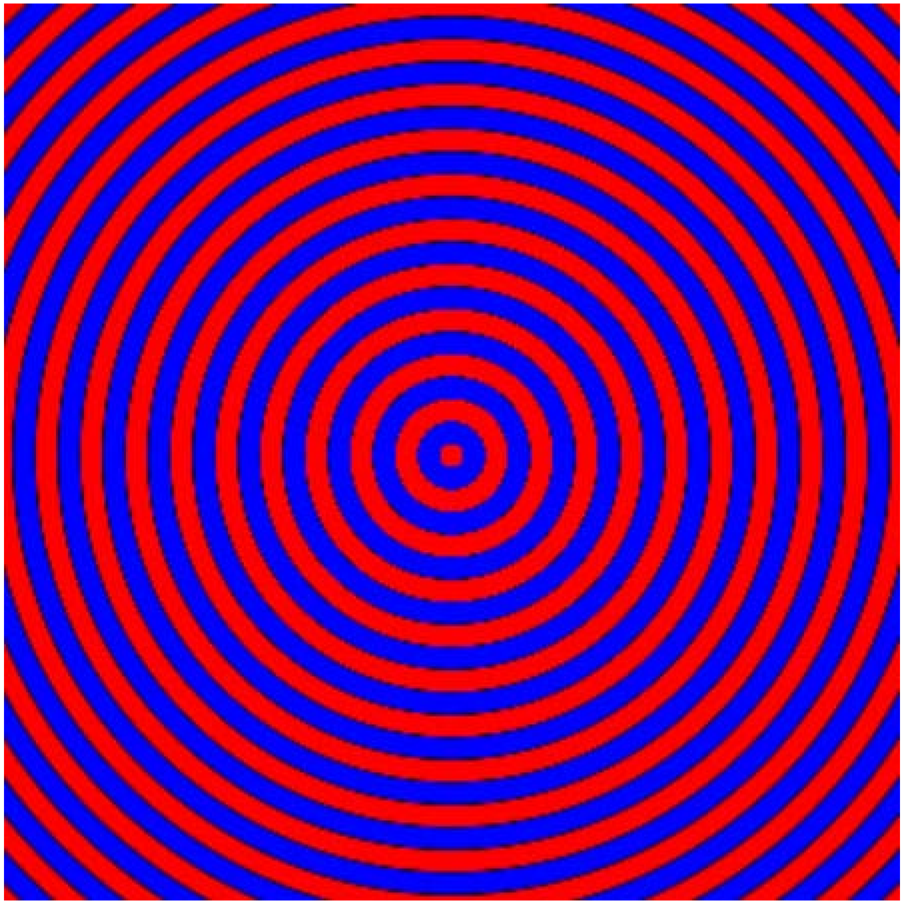
Kugelwelle

2-D:

$$A(r,t) = \frac{A_0}{\sqrt{r}} \cos\left(kr - \omega t + \varphi\right)$$

3-D:

$$A(r,t) = \frac{A_0}{r} \cos\left(kr - \omega t + \varphi\right)$$



Energie 2-D

$$z(r,t) = \frac{A}{\sqrt{r}} \cos(kr - \omega t)$$

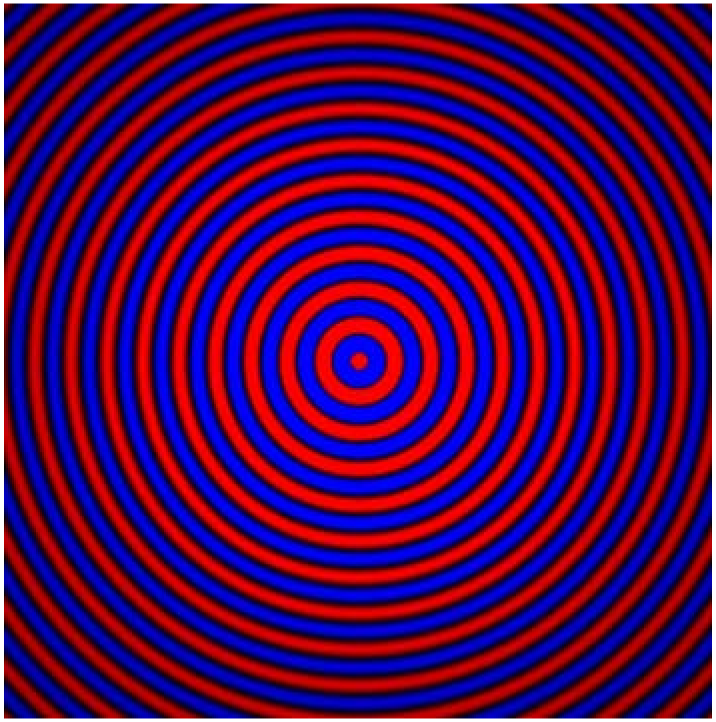
$$\frac{dz}{dt} = \omega \frac{A}{\sqrt{r}} \sin(kr - \omega t)$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\omega^2 \frac{A}{\sqrt{r}} \cos(kr - \omega t)$$

$$F = ma = -m\omega^2 z$$

$$E_{pot} = -\int F dz = \frac{m\omega^2 z^2}{2}$$

$$E_{kin} = \frac{m}{2}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2$$

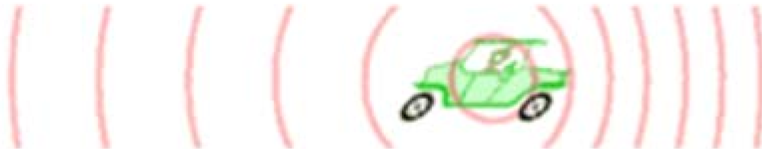


$$E_{tot}(r) = \frac{2\pi r \omega^2 A^2 \rho dr}{2r}\left(\cos^2(kr - \omega t) + \sin^2(kr - \omega t)\right) = \pi\omega^2 A^2 \rho dr$$

$\rho =$ Massendichte [kg/m^2]

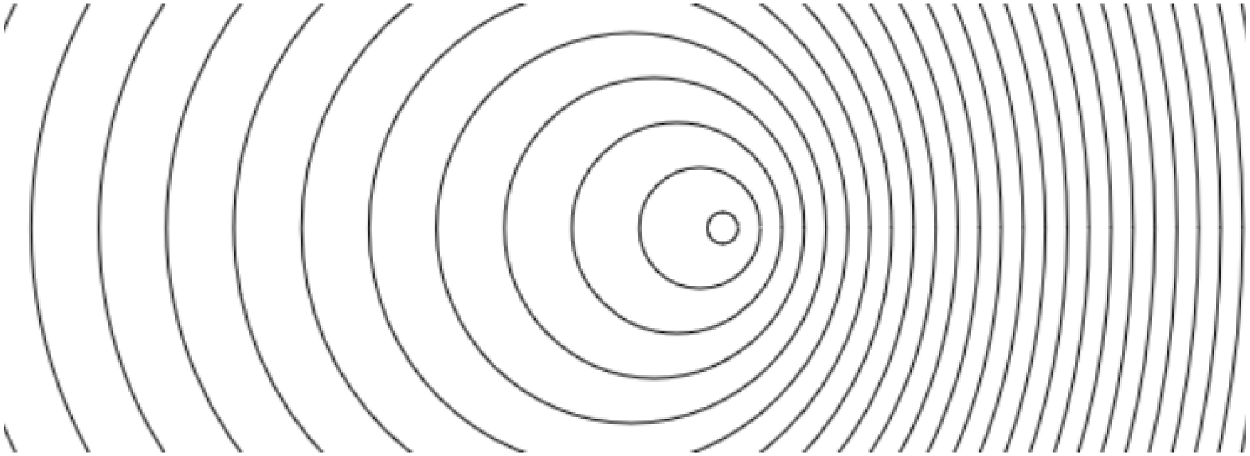
Dopplereffekt

http://en.wikipedia.org/wiki/Doppler_effect



Christian Doppler

Bewegte Wellenquelle

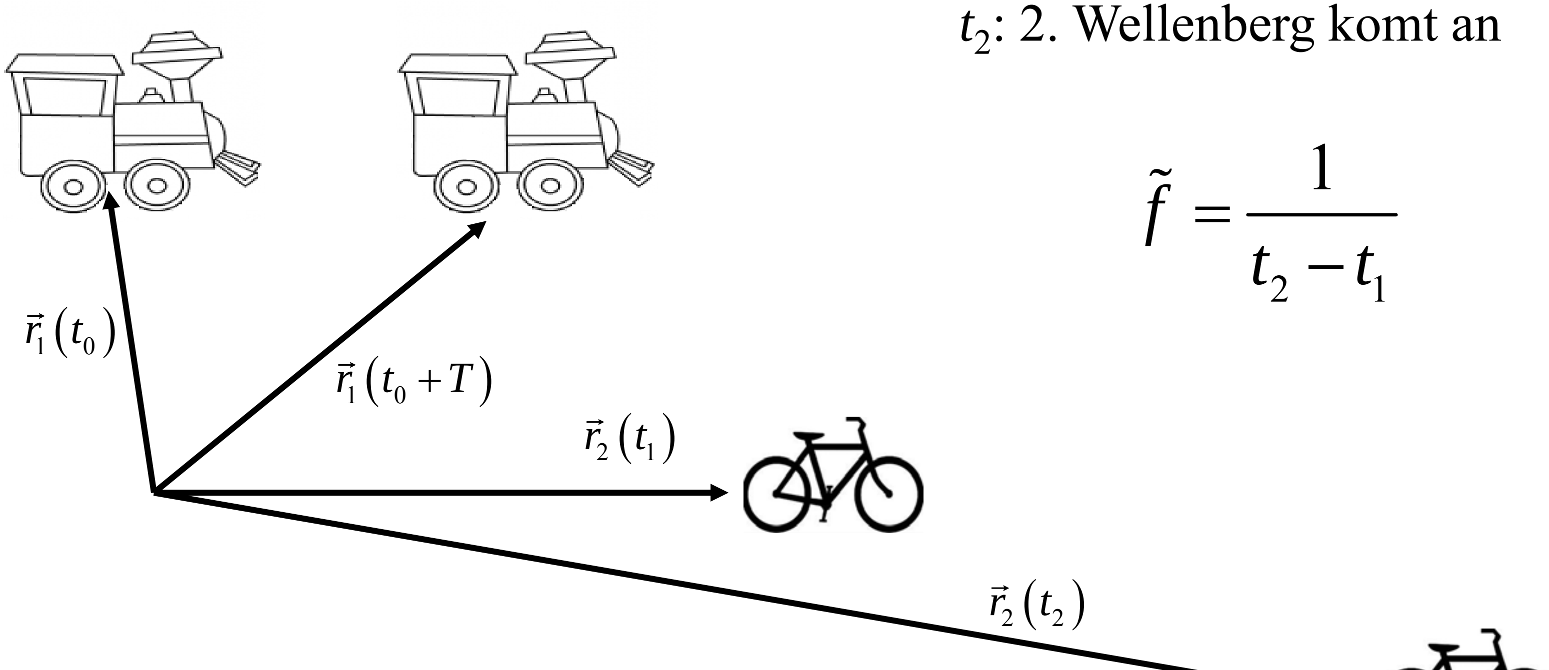


http://lampx.tugraz.at/~hadley/physikm/apps/shockwave.en.php?vc=0.2

Dopplereffekt

t_0: 1. Wellenberg verlässt Zug
t_1: 1. Wellenberg komt an
t_0+T: 2. Wellenberg verlässt Zug
t_2: 2. Wellenberg komt an

$$\tilde{f} = \frac{1}{t_2 - t_1}$$



$$\left|\vec{r}_1(t_0) - \vec{r}_2(t_1)\right| = c(t_1 - t_0)$$

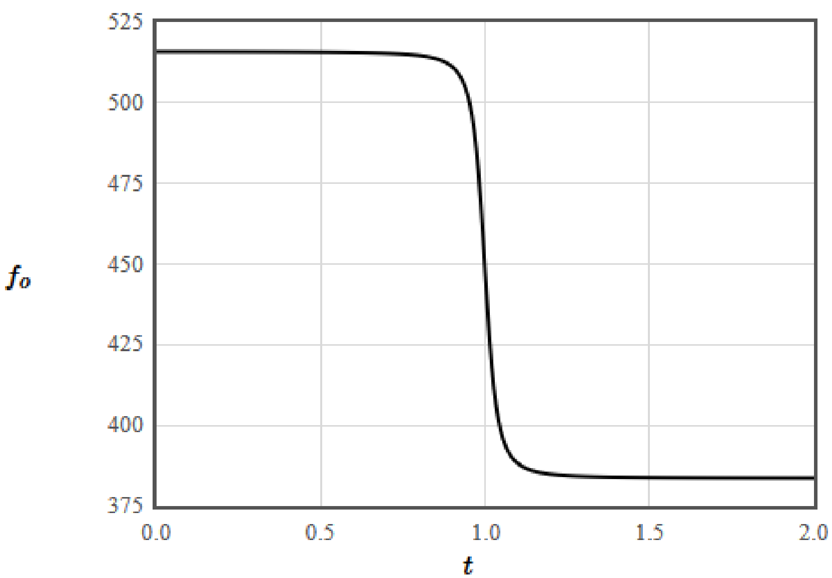
$$\left|\vec{r}_1(t_0+T) - \vec{r}_2(t_2)\right| = c(t_2 - t_0 - T)$$

Dopplereffekt

$$|\vec{r}_o(t_1) - \vec{r}_s(t_0)| = c(t_1 - t_0),$$

$$|\vec{r}_o(t_2) - \vec{r}_s(t_0 + T)| = c(t_2 - t_0 - T),$$

$$f_o = \frac{1}{t_2 - t_1}.$$



$\vec{r}_s(t) =$ 50*t-50 $\hat{x}+$ 0 $\hat{y}+$ 0 $\hat{z}$ [m].

$\vec{r}_o(t) =$ 0 $\hat{x}+$ 2 $\hat{y}+$ 0 $\hat{z}$ [m].

$f_s =$ 440 [Hz] $c =$ 340 [m/s]

Plot f_o from $t =$ 0 to $t =$ 2.

At time $t = 0$ s, the observer hears a frequency of 515.8 Hz.

At time $t = 2$ s, the observer hears a frequency of 383.6 Hz.

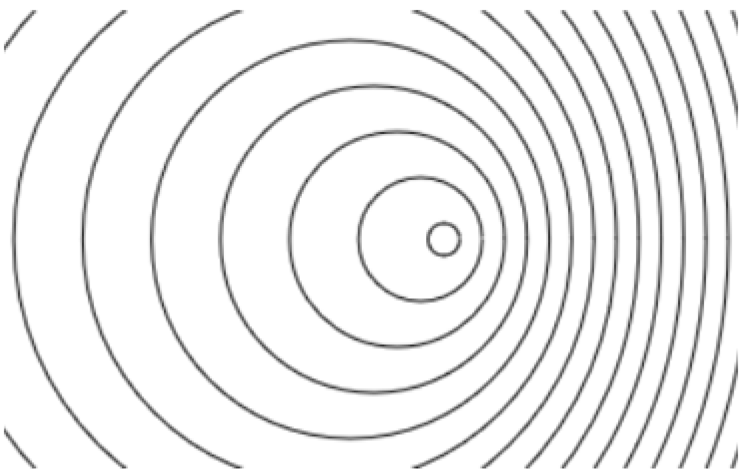
http://lampx.tugraz.at/~hadley/physikm/apps/doppler.de.php

Dopplereffekt

$$|\vec{r}_2(t_1) - \vec{r}_1(t_0)| = c(t_1 - t_0),$$

$$|\vec{r}_2(t_2) - \vec{r}_1(t_0 + T)| = c(t_2 - t_0 - T),$$

$$\tilde{f} = \frac{1}{t_2 - t_1}.$$



Quelle	Beobachter	beobachtete Frequenz	
•	← •	$f_B = f_Q \left(1 + \frac{v_B}{c}\right)$	(5.205)
•	• →	$f_B = f_Q \left(1 - \frac{v_B}{c}\right)$	(5.206)
• →	•	$f_B = \frac{f_Q}{1 - \frac{v_Q}{c}}$	(5.207)
← •	•	$f_B = \frac{f_Q}{1 + \frac{v_Q}{c}}$	(5.208)
• →	← •	$f_B = f_Q \frac{c + v_B}{c - v_Q}$	(5.209)
← •	• →	$f_B = f_Q \frac{c - v_B}{c + v_Q}$	(5.210)
← •	← •	$f_B = f_Q \frac{c + v_B}{c + v_Q}$	(5.211)
• →	• →	$f_B = f_Q \frac{c - v_B}{c - v_Q}$	(5.212)

Hering