

# 12. Elektrizität

---

15 Nov. 2019

## ▼ Aufgaben



### 1.1 Dimensionsanalyse



### 1.2 Datenanalyse

**Eingeschränkt** Verfügbar ab 15. November 2019



### 5.1 Strömungswiderstand



### 5.2 Bauaufzug



### 6.1 Elektrisches Feld zweier Punktladungen

**Eingeschränkt** Verfügbar ab 15. November 2019



### 6.2 Die Bewegung eines Elektrons

**Eingeschränkt** Verfügbar ab 15. November 2019

## Benötigte Arbeit um ein Elektron zu bewegen

Welche Arbeit wird benötigt, um ein Elektron von der Position

$$\vec{r}_1 = 9\hat{x} + 6\hat{y} + 6\hat{z} \quad [\text{m}]$$

zur Position

$$\vec{r}_2 = -6\hat{x} - 8\hat{y} + 3\hat{z} \quad [\text{m}]$$

in einem elektrischen Feld

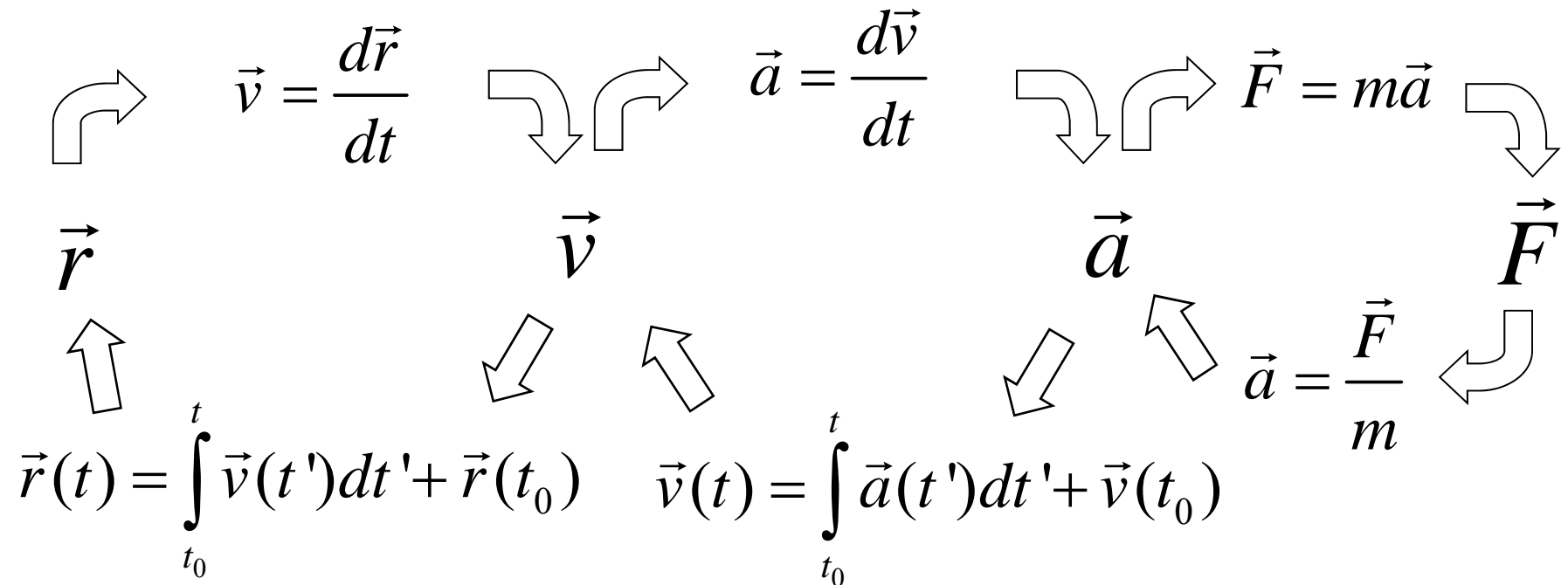
$$\vec{E} = -2x\hat{x} - 9\hat{y} - 3z^2\hat{z} \quad [\text{V/m}] \text{ zu bewegen?}$$

Die Kraft auf das Elektron lautet  $-e\vec{E}$ , wobei  $-e = -1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$  die Ladung des Elektrons ist.

$W =$   [J]

# Punktmechanik

---



# Elektrostatik

---

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}') d^3 r'$$
$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\varphi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} + \varphi_0$$
$$\vec{E} = -\nabla \varphi$$

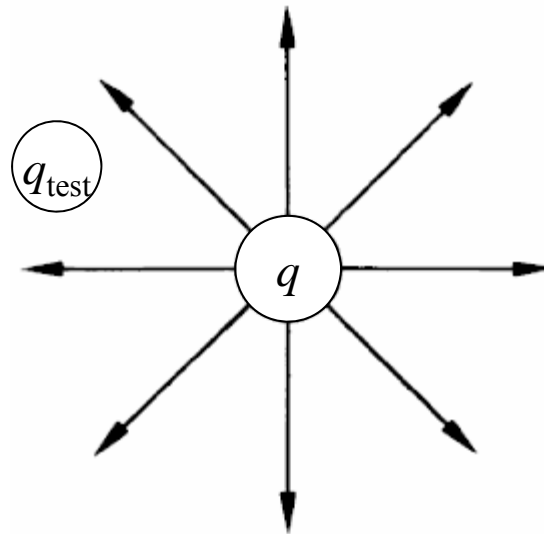
$\rho$

$\vec{E}$

$\varphi$

# Elektrisches Feld

---



$$\vec{F} = \frac{q_{\text{test}} q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{test}}}$$

Vektorfeld

# Elektrostatische Potential

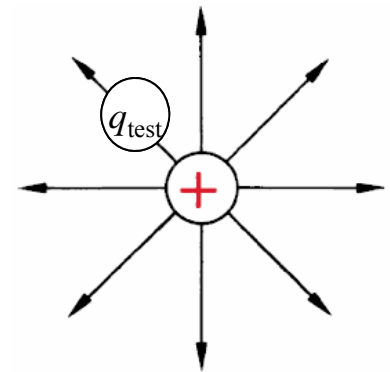
---

Elektrisches Feld

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}}{q_{test}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$\vec{F} = -\nabla E_{pot}$$

$$\vec{E} = -\nabla \varphi$$



Elektrostatische Potential

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{E_{pot}}{q_{test}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\varphi_b - \varphi_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

# Punktladungsverteilung

---

Elektrisches Feld

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i (\vec{r} - \vec{r}_i)}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$

Elektrostatische Potential

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

Kraft

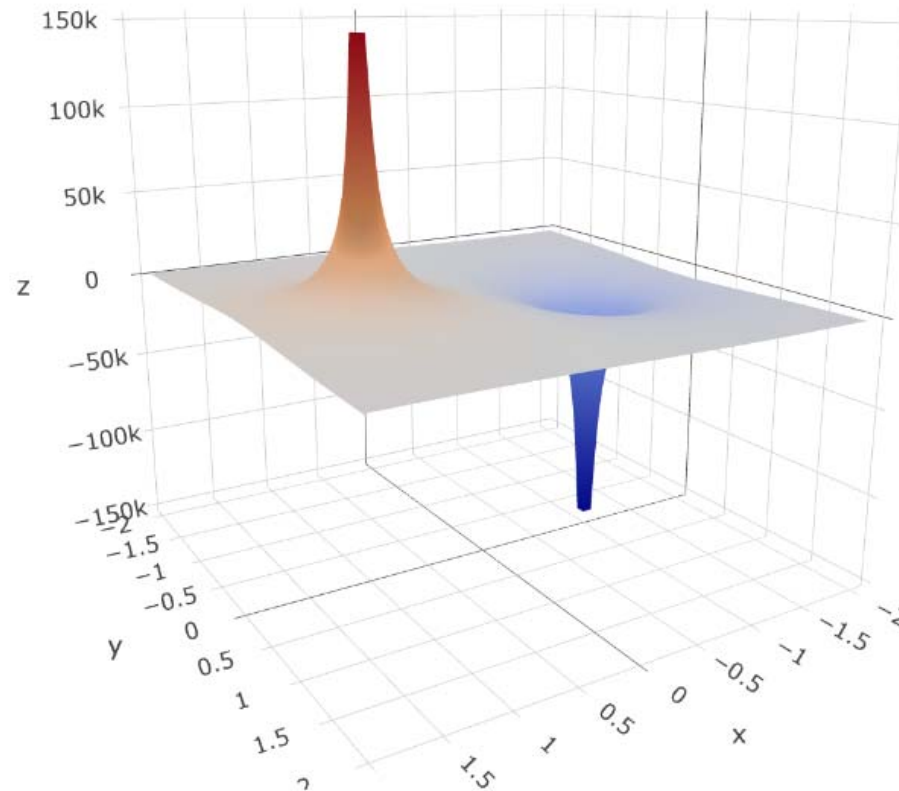
$$\vec{F}(\vec{r}) = q_{test} \vec{E} = q_{test} \sum_i \frac{q_i (\vec{r} - \vec{r}_i)}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$



# Elektrisches Feld einer Punktladungsverteilung

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_i|} \text{ [V].}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{q_i(\vec{r} - \vec{r}_i)}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \text{ [V/m].}$$



<http://lampx.tugraz.at/~hadley/physikm/apps/coulombE.de.php>

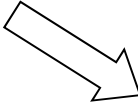
# Ladungsdichte

---

für viele elektrische Ladungen

$$\sum_i q_i \quad \Longrightarrow \quad \rho(\vec{r})$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}_i)$$

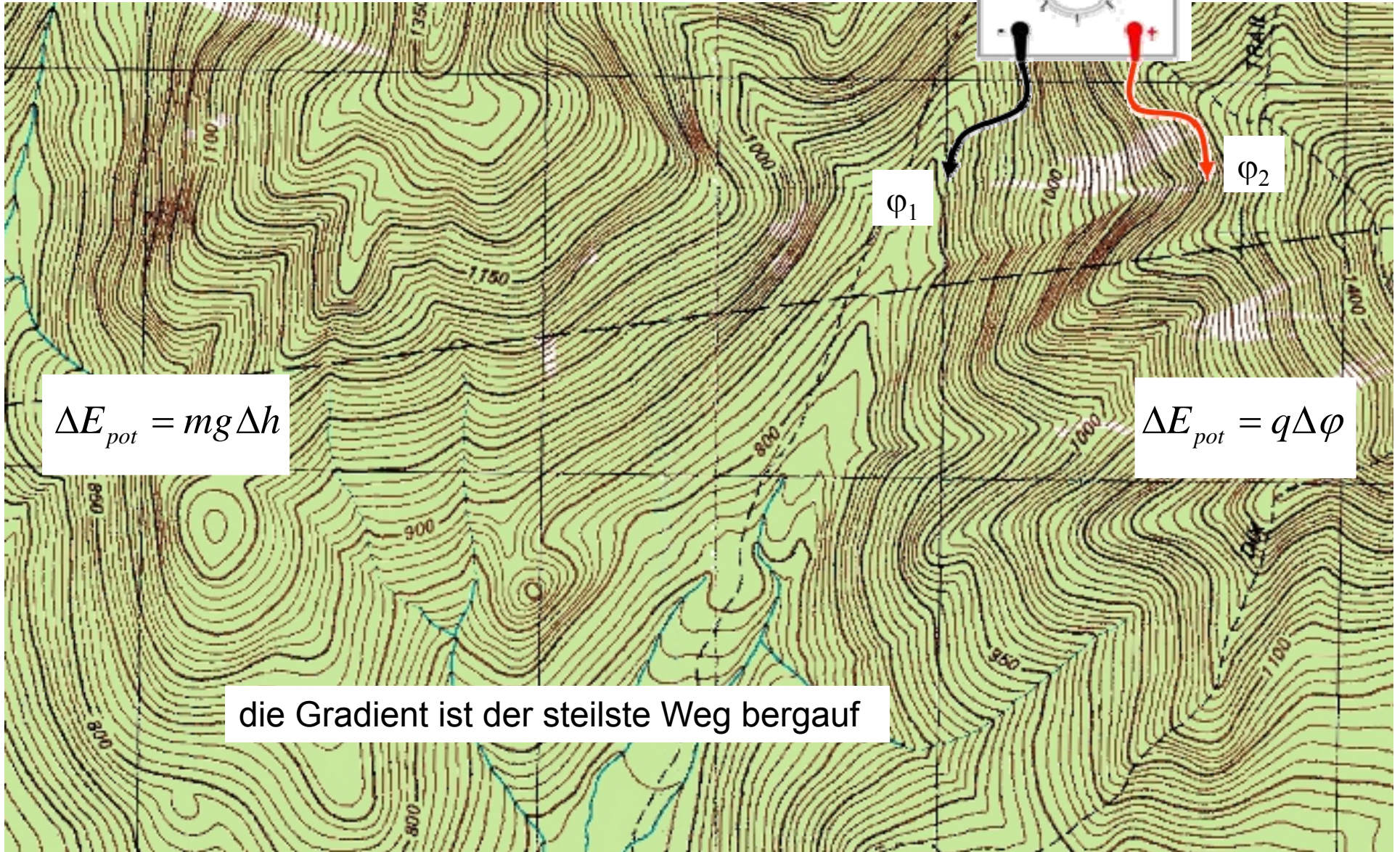

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{vol} \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}') dx' dy' dz'$$

# Elektrostatik

---

	$\rho$	
$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{ \vec{r} - \vec{r}' ^3} (\vec{r} - \vec{r}') d^3 r'$		$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
	$\vec{E}$	
$\varphi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} + \varphi_0$		$\vec{E} = -\nabla \varphi$
	$\varphi$	

$$\vec{E} = -\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\hat{z}$$



$$\Delta E_{pot} = mg\Delta h$$

$$\Delta E_{pot} = q\Delta\varphi$$

die Gradient ist der steilste Weg bergauf

# Elektrostatik

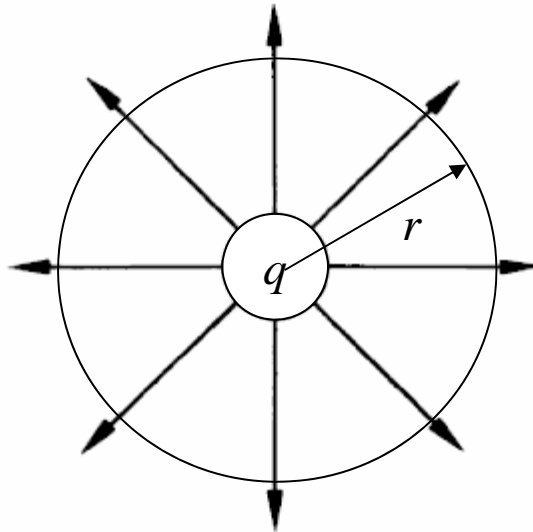
---

	$\rho$	
$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{ \vec{r} - \vec{r}' ^3} (\vec{r} - \vec{r}') d^3 r'$		$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
	$\vec{E}$	
$\varphi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} + \varphi_0$		$\vec{E} = -\nabla \varphi$
	$\varphi$	

# Gaußsches Gesetz

---

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

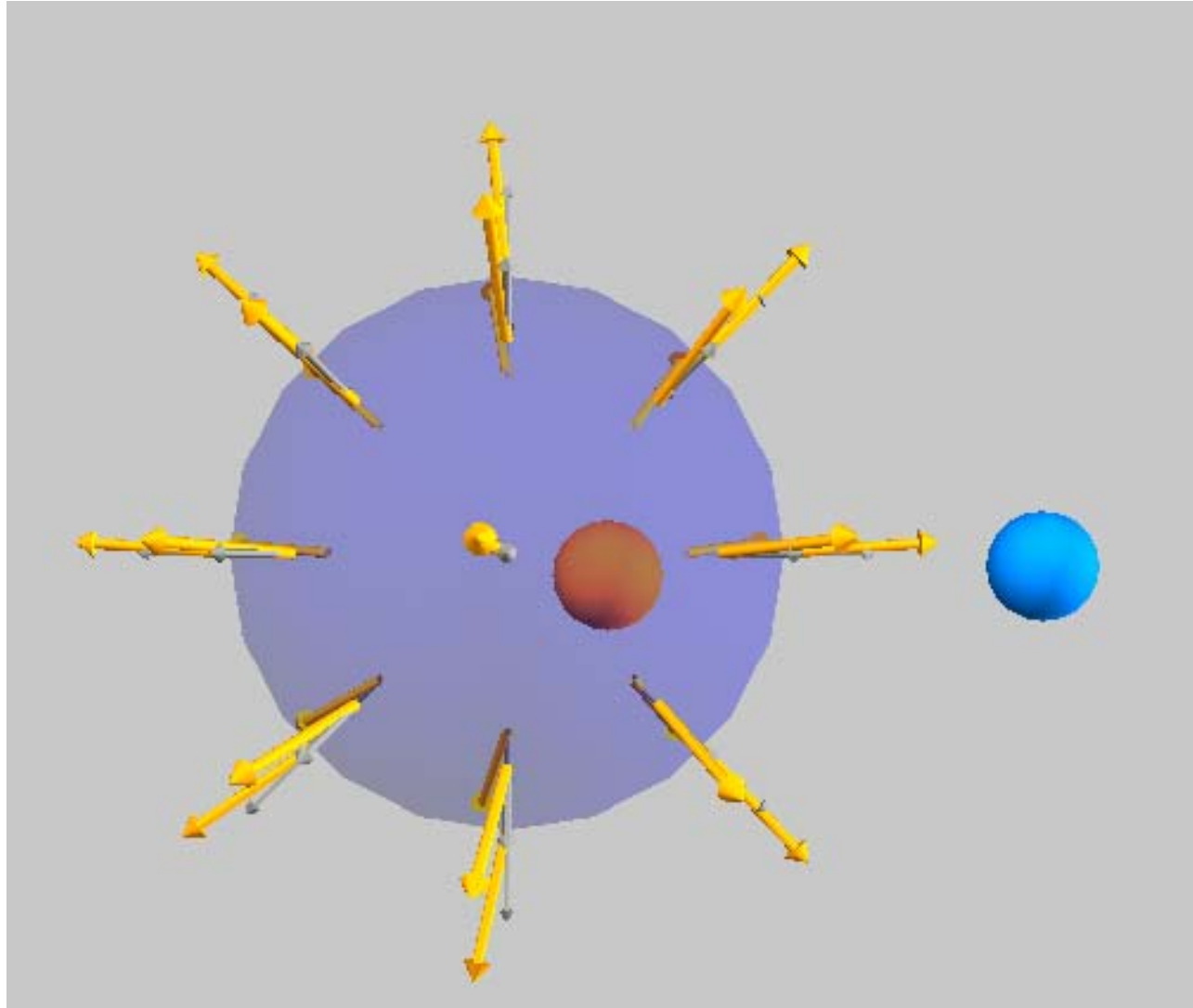


Elektrisches Feld  $\times$  Oberfläche =  $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

# Gaußsches Gesetz

---



# Gaußsches Gesetz

---

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Divergenz

elektrische Feldkonstante

$$8.854187817 \times 10^{-12} \frac{\text{A s}^4}{\text{kg m}^3}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \text{div } \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\iiint_{\text{vol}} \nabla \cdot \vec{E} \, dx dy dz = \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

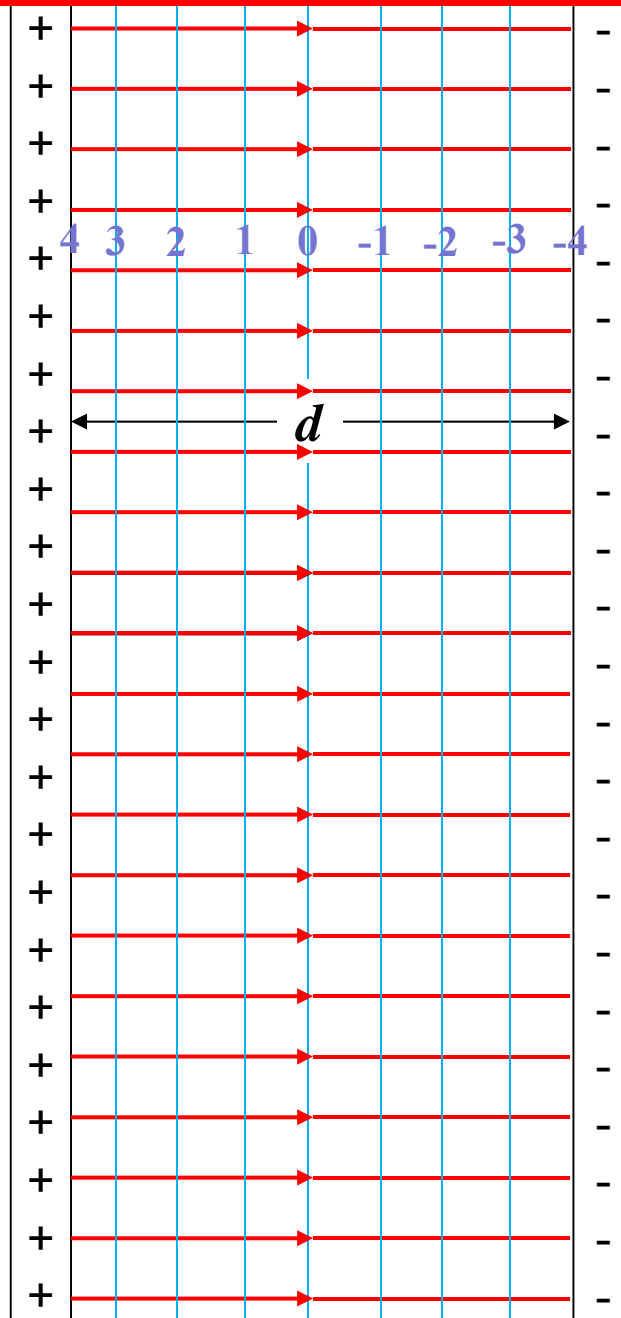
Gaußsches Gesetz



# parallelen Platten

$$\varphi_{links} = 4 \text{ [V]}$$

$$V = \varphi_{links} - \varphi_{rechts} \\ = 8 \text{ [V]}$$



$$\varphi_{rechts} = -4 \text{ [V]}$$

$$\vec{E} = -\nabla\varphi \\ = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\hat{x} \\ = \frac{V}{d}\hat{x} \text{ [V/m]}$$